

A
H A N D L E I D I N G
N A T U U R K U N D I G P R A K T I K U M
U N I V E R S I T E I T V A N A M S T E R D A M

studierichtingen

N, A1, B3

- 1977 -

Nieuwe Achtergracht 170, Amsterdam-C. Tel. (020)-522.2877

1. HET GRIEKSE ALFABET.

A	α	alfa
B	β	beta
Γ	γ	gamma
Δ	δ	delta
E	ε	epsilon
Z	ζ	zeta
H	η	eta
Θ	θ	theta
I	ι	iota
K	κ	kappa
Λ	λ	lambda
M	μ	mu
N	ν	nu
Ξ	ξ	xi
O	ο	omikron
Π	π	pi
P	ρ	rho
Σ	σ	sigma
T	τ	tau
Υ	υ	upsilon
Φ	φ	phi
X	χ	chi
Ψ	ψ	psi
Ω	ω	omega

Het is aan te raden dit alfabet uit het hoofd te leren!

STOFOPGAVE

U vindt hier de stof die elke week wordt behandeld. Op de begeleidingsmiddagen wordt deze stof bestudeerd en besproken. Op de praktikummiddagen worden de proefjes gedaan. De middelbare-school-stof, die hierop betrekking heeft, wordt bekend verondersteld (deze boeken zijn aanwezig in de bibliotheek).

De literatuur, die op de betreffende plaatsen in de handleiding genoemd wordt, behoort uiteraard ook bestudeerd te worden.

De enkele cijfers (0, 1, 2 enz.) corresponderen met gehele hoofdstukken uit de handleiding bij het betreffende praktikumonderdeel (E, O, M).

De dubbele cijfers (b.v. 2.3) verwijzen naar paragrafen.

Ook de experimenten zijn aangegeven met dubbele cijfers, echter steeds met de aanduiding exp. ervoor (er is duidelijk onderscheid tussen paragraaf 2.5 en experiment 2.5).

WEEK

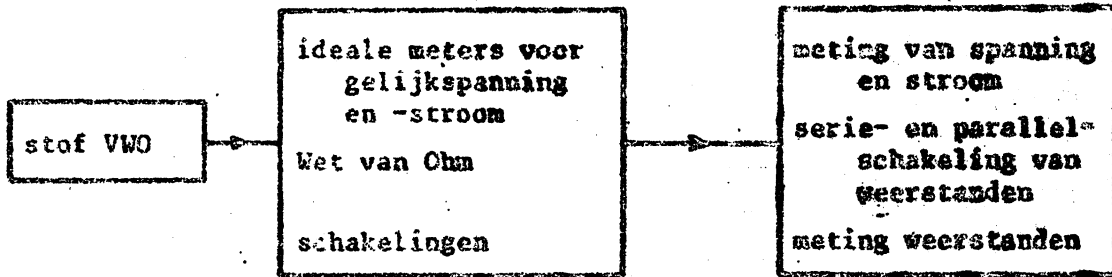
1. Algemene inleiding pagina I-1 t/m I-4, I-12 t/m I-14; Foutenberekening F 1,2,4,5,6
ELECTRICITEIT EN ELECTRONICA (E)
Inleiding; eenvoudige metingen met gelijkspanning 1.0 t/m 1.8
2. Gelijkspanningskarakteristieken van tweeklemmen 2.0 t/m 2.4
3. Gelijkspanningskarakteristieken van tweeklemmen 2.5 t/m 2.9, Graf. voorstell. F 6
4. Samenvatting complexe getallen I 5; Periodieke spanningen 3.0 t/m 3.6
5. Differentiaalvergelijkingen I-4; Periodieke spanningen 3.7; Elektronenstraaloscilloscoop 4.
6. Respons van 1e en 2e orde systemen 5.
7. Spoelen en transformatoren 6.1 t/m 6.2
8. Spoelen en transformatoren 6.3 en 6.4
9. Eindtest electriciteit.
Over de volledige stof H-1 t/m 6 worden verschillende experimentele testen afgenomen.
10. De transistor 7.0 t/m 7.3
11. Operationele versterkers 8.0 t/m 8.4
12. Niet-lineaire schakelingen 9.0 t/m 9.5
13. Eindtest electronica. Over de volledige stof H 7 t/m 9 worden verschillende experimentele testen afgenomen.
14. OPTICA (O)
Inleiding O-0, Geometrische optica O-1, Algemene inleiding 2.7, 2.8;
Foutenberekening
15. Dikke lenzen, aberraties O-2
16. Optische instrumenten O-3
17. Fotometrie O-4
18. Buiging O-5
19. Buiging en interferentie O-6
20. Tralie en traliespectroscoop O-7
21. Polarisation O-8
22. Interferometer O-9A of O-9B. Deze proef dient als eindtest experimenteren in de optica.
23. Traliespectrograaf O-10. Deze proef dient als eindtest verslaggeving in de optica.
- 24 t/m 30 MECHANICA (M)
Hiervoor wordt met de assistent een bepaalde volgorde van de proeven afgesproken.

INHOUDSOPGAVE

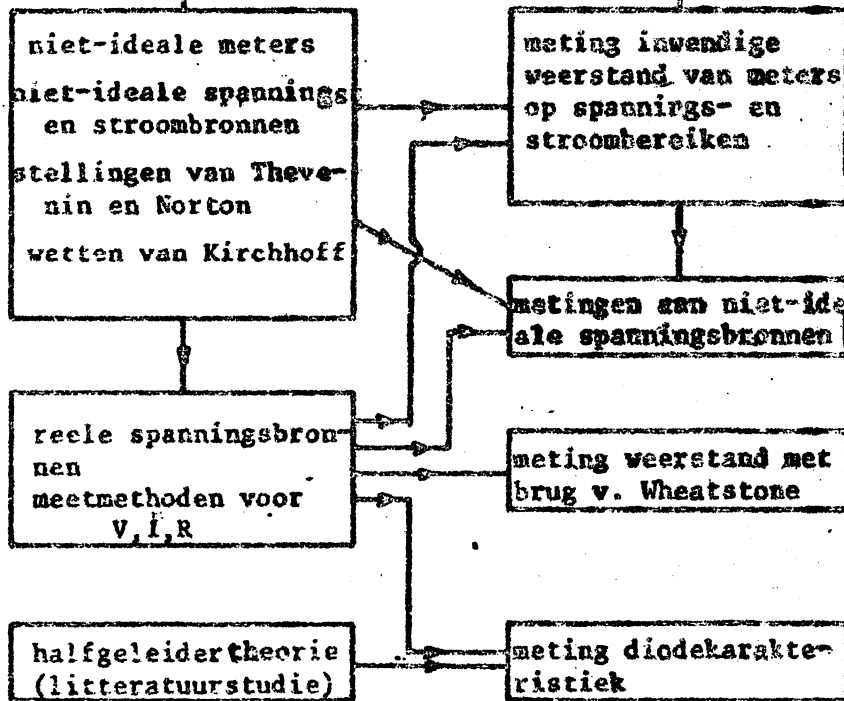
I-2	1. Het greekse alfabet
	2. Algemene inleiding
I-3	2.0 Doelstelling van het praktikum
I-3	2.1 Praktikum organisatie
I-3	2.2 Verslagen
I-4	2.3 Beoordeling
I-4	2.4 Praktikumverzuim
I-4	2.5 Bibliotheekgebruik
I-4	2.6 Openingstijden
I-5	2.7 Richtlijnen bij het maken van een verslag
I-6	2.8 Voorbeeld van een meetrapport en voorbeeld van een verslag
I-12	3. Grootheden, dimensies en eenheden
I-15	4. Differentiaal vergelijkingen; exponentiële functies; het getal e
I-17	5. Samenvatting complexe getallen door Dr. D.W. Bresters
F-1	Foutenberekening
S-1	Symbolen
E-1	ELECTRICITEIT EN ELECTRONICA
E-2	1. Eenvoudige metingen met gelijkspanning
E-8	2. Gelijkspanningskarakteristieken van tweeklemmen
E-21	3. Periodieke spanningen
E-36	4. De elektronenstraałoscilloscoop
E-43	5. Respons van 1e en 2e orde systemen
E-53	6. Spoelen en transformatoren
E-71	7. De transistor
E-87	8. Operationele versterkers
E-93	9. Niet-lineaire schakelingen
O-0-1	OPTICA. Inleiding
O-1-1	Geometrische optica
O-2-1	Dikke lenzen, aberraties
O-3-1	Optische instrumenten
O-4-1	Fotometrie
O-5-1	Buiging
O-6-1	Buiging en interferentie (door golffrontscheiding)
O-7-1	Tralie en traliespectrocoop
O-8-1	Polarisatie
O-9-1	Mach-Zehnder interferometer
O-9-2	Michelson interferometer
O-10-1	Traliespectrograaf
M 0-1	MECHANICA. Inleiding
M 0-2	Electronische tellers
M 1-1	Omkeerslinger
M 2-1	Gyroscopische beweging
M 3-1	Bepaling van e volgens Millikan
M 4-1	Glijdingsmodulus
M 5-1	Harmonische oscillator

Van de cursus Electriciteit en Electronica geven wij op de volgende bladzijden een stroomdiagram. Hierin wordt globaal aangegeven hoe de cursus is opgebouwd en hoe de verschillende onderdelen van de cursus terugrijpen op voorgaande onderdelen.

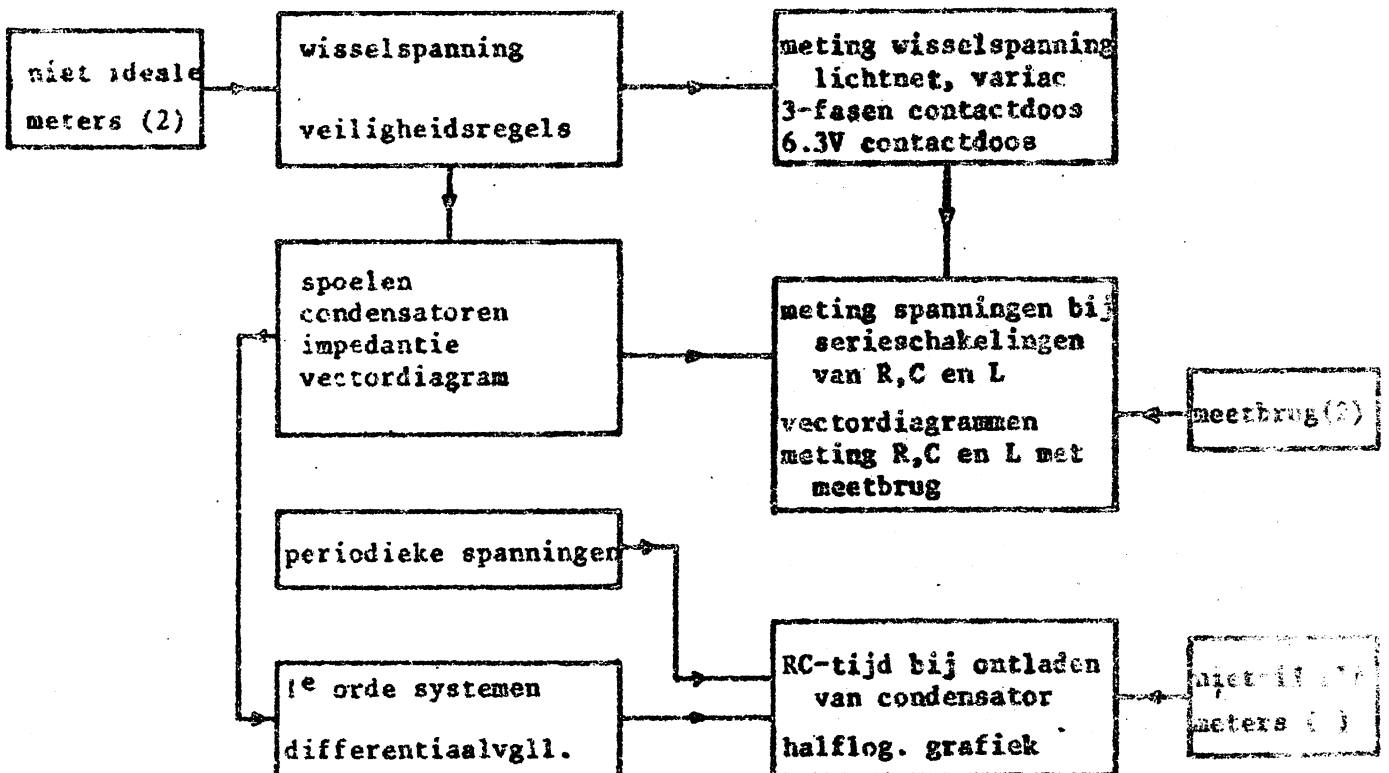
1. EENVOUDIGE METINGEN MET GELIJKSPANNING



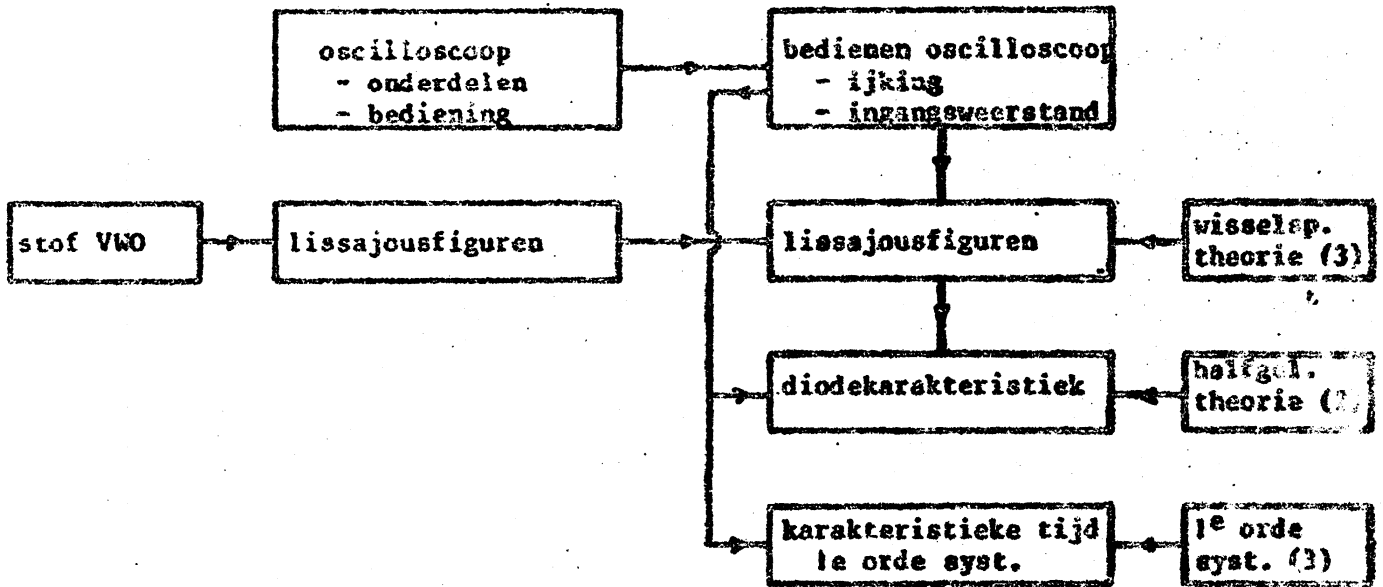
2. GELIJKSPANNINGSKARAKTERISTIEKEN VAN TWEKLEMMEN



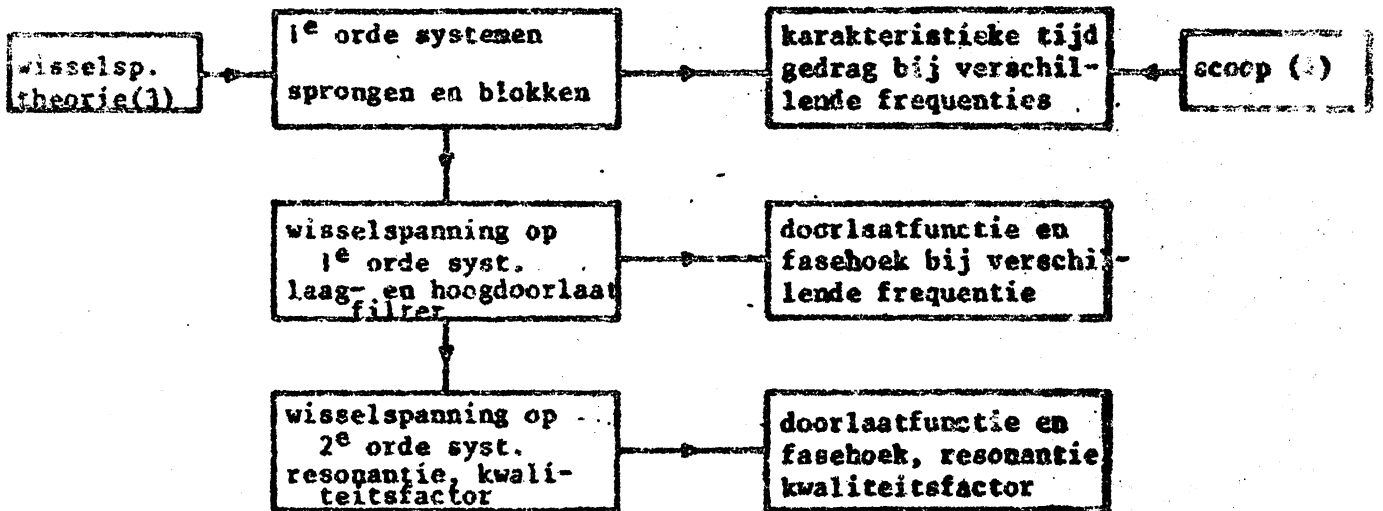
3. PERIODIEKE SPANNINGEN



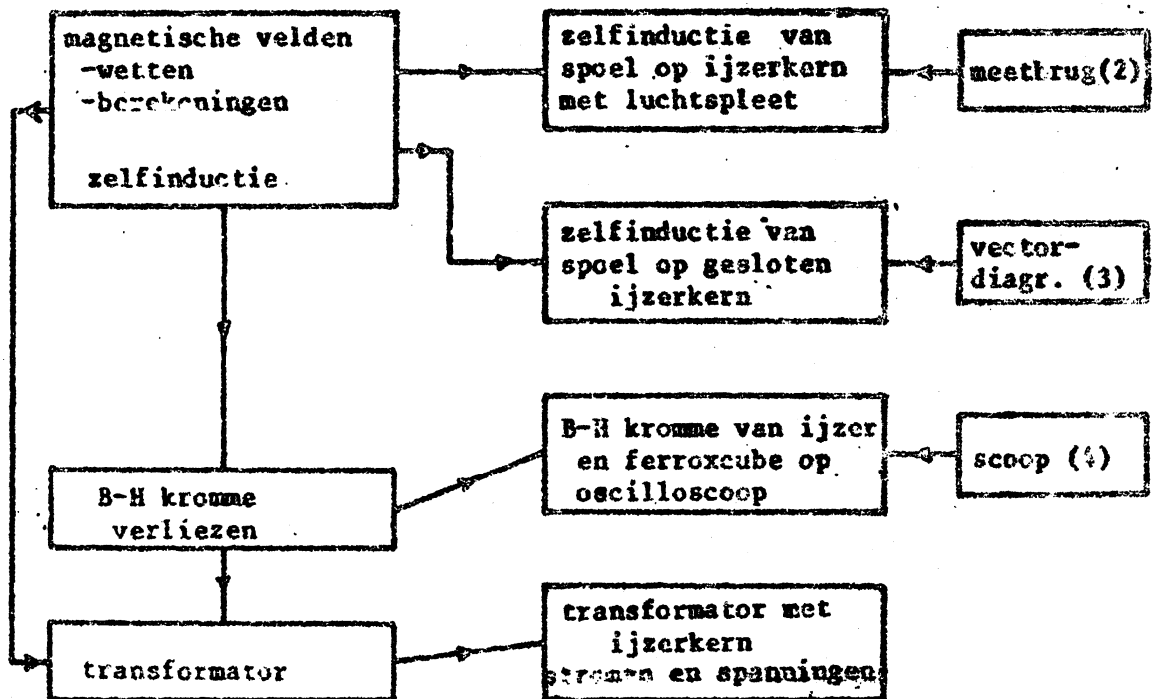
4. DE ELECTRONENSTRAALOSCILLOSCOOP



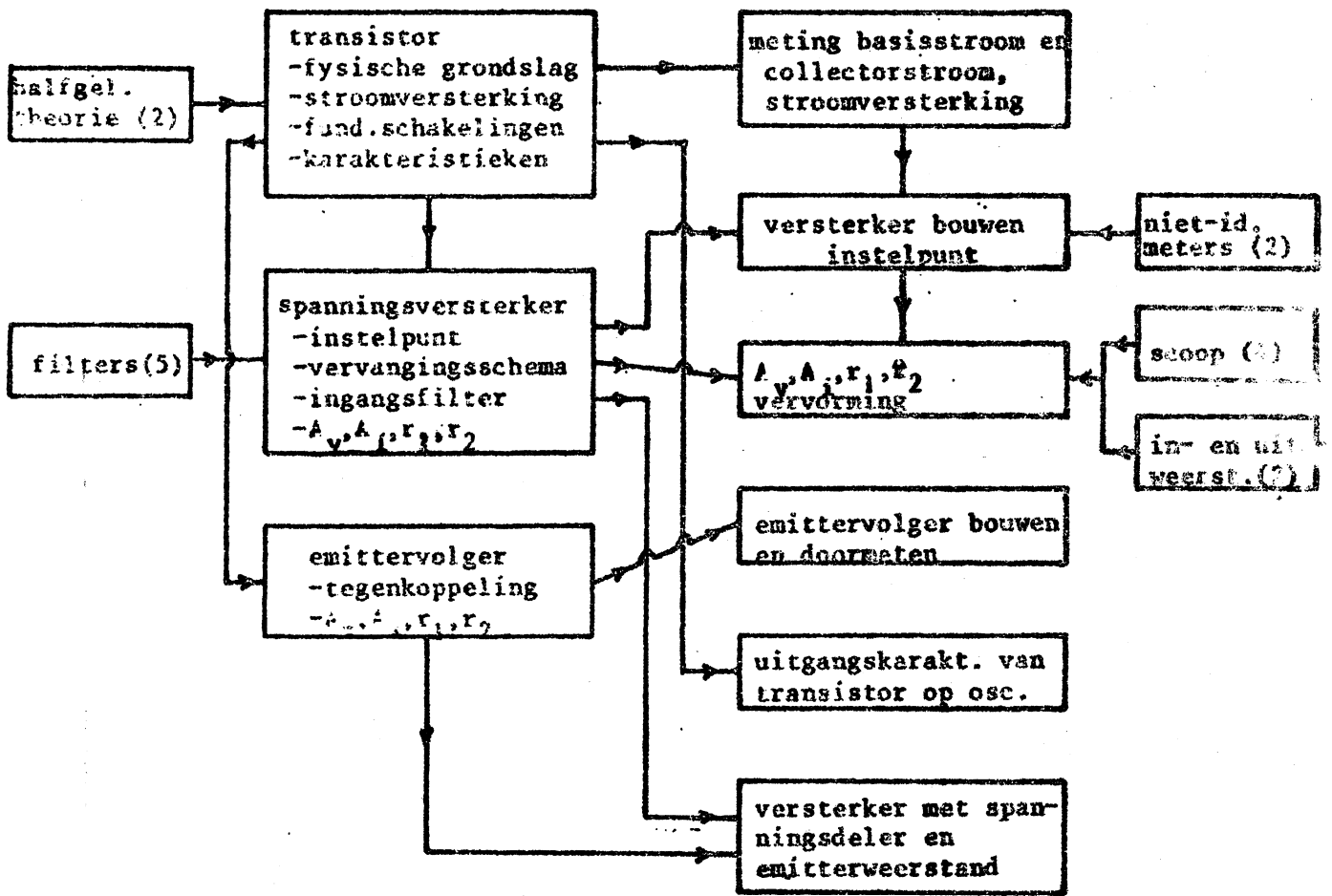
5. RESPONS VAN 1^E en 2^E ORDE SYSTEMEN



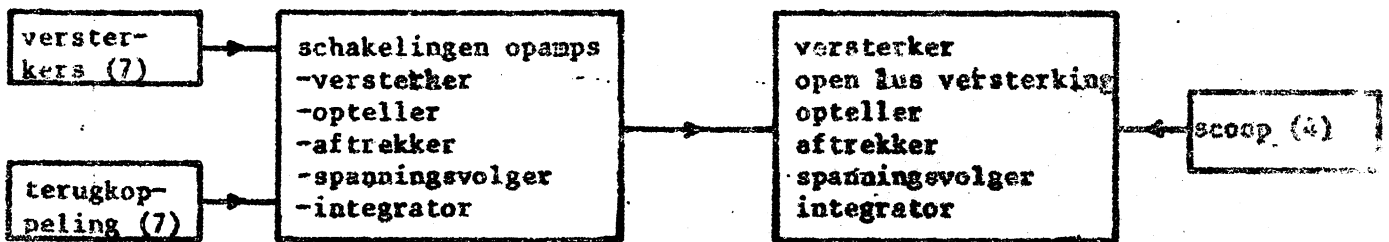
6. SPOELN EN TRANSFORMATOREN



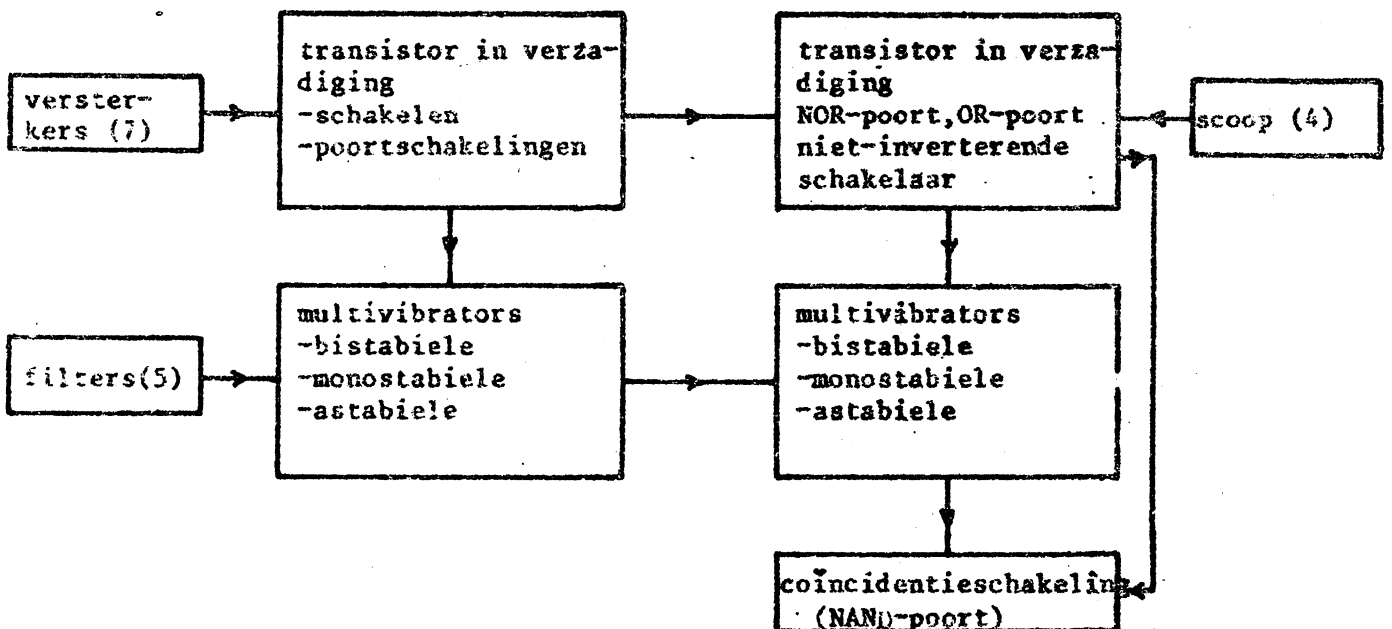
7. DE TRANSISTOR



8. OPERATIONELE VERSTERKERS



9. NIET-LINEAIRE SCHAKELINGEN



2. ALGEMENE INLEIDING

2.0 DOELSTELLING VAN HET PRAKTIKUM

Het doel van het natuurkunde praktikum is onder meer:

- Het vertrouwd raken met de elementaire methoden en hulpmiddelen van de moderne experimentele natuurkunde
- het verkrijgen van inzicht in de nauwkeurigheid van een experiment en de hieruit verkregen resultaten
- het leren kennen van een aantal natuurkundige verschijnselen door eigen waarneming
- het leren schrijven van een verslag over de gedane experimenten.

2.1 PRAKTIKUM ORGANISATIE

Het natuurkundig praktikum bestaat uit drie fasen, nl. het A-, B- en C-praktikum. Het A-praktikum wordt gevolgd door alle studenten die natuurkunde als hoofd- of bijvak gekozen hebben, en wel in het eerste studiejaar (biologen B3, chemici en geologen tweede jaar). Of ook nog B- en/of C-praktikum gevolgd moet worden hangt af van de gekozen studierichting (zie hiervoor de studiegids).

Het A-praktikum voor de studenten met hoofdvak natuurkunde (N, A1 en B3) is ingericht als geprogrammeerde cursus. Op dit praktikum komen achtereenvolgens de onderwerpen electriciteit/magnetisme, electronica, optica en mechanica aan de orde. De gehele middelbare-schoolstof van de natuurkunde wordt bekend verondersteld, óók de niet voor het eindexamen aangewezen onderwerpen.

Voor het doen van de experimenten is het noodzakelijk, van te voren enige theorie te bestuderen. Dit kan gebeuren uit de boeken die daarvoor zijn opgegeven in deze handleiding en die alle (meestal in meer-voud) in de bibliotheek aanwezig zijn. In het rooster is hiervoor de middag vóór de praktikummiddag gereserveerd. Op deze middag wordt tevens met de assistent de theorie nader besproken en wordt het experiment, met name het meetprogramma voorbereid. Op beide middagen is aanwezigheid verplicht. Het programma is zo opgesteld, dat men in principe in drie uur de experimenten kan voltooien; enige uitloop is mogelijk.

Bij het beëindigen van de experimenten dient ook het zgn. meetrapport klaar te zijn.

Opm. Bij electronica worden geen speciale theorie-middagen georganiseerd; alle acht middagen (dus twee keer per week!) wordt er experimenteel gewerkt.

Indien nodig wordt het werk onderbroken voor een korte theoretische beschouwing.

2.2 VERSLAGEN

Bij de onderwerpen electriciteit en electronica is de handleiding uitgevoerd als een werkboek, waarin direct alle resultaten genoteerd en uitgewerkt kunnen worden.

Van de experimenten, gedaan bij de onderdelen optica en mechanica worden wel verslagen gemaakt (op officieel verslag papier).

Aan het eind van deze inleiding vindt U een aantal richtlijnen bij het maken van verslagen.

2.3 BEOORDELING

Voor de beoordeling wordt bij electriciteit en electronica alleen gelet op de resultaten van de individueel op de laatste middag uitgevoerde experimenten.

De beoordeling van het onderdeel optica wordt gebaseerd op de uitvoering resp. verslaggeving van de op de laatste twee middagen uitgevoerde experimenten.

De beoordeling bij mechanica berust op de uitvoering en verslaggeving van alle mechanica experimenten.

2.4 PRAKTIKUMVERZUIM

Het verzuimen van het praktikum is niet toegestaan.

Ziekmeldingen dienen zo spoedig mogelijk, maar uiterlijk vóór het begin van de praktikummiddag gemeld te worden bij de administratie, telefoon 020-5222860, met vermelding van studierichting, praktikummiddag en A-, B- of C-praktikum.

2.5 BIBLIOTHEEKGEBRUIK

Alle in de handleiding vermelde boeken zijn in de bibliotheek te vinden. Behalve deze zijn er nog vele andere, waarin vaak dezelfde onderwerpen behandeld worden.

Wanneer een opgegeven boek niet aanwezig is, kan men twee dingen doen: vragen aan de bibliothecaris(esse) waar het is; een ander boek raadplegen (zie de catalogus in de bibliotheek).

Verklaring van de symbolen bij sommige litteratuuropgaven:

- 0 algemene inleiding (niet voldoende als voorbereiding)
- Δ behandeling van alle benodigde stof van voldoende en noodzakelijke diepgang. Van de zo aangeduide boeken *hoeft* men er dus maar één te bestuderen.
- + als Δ, maar uitgebreider dan strikt noodzakelijk is.
- bestuderen van deze stof is *noodzakelijk*, naast de onder Δ aangegeven boeken.
- ++ diepergaande behandeling van een of meer gedeelten van de stof (voor liefhebbers).

Natuurlijk blijft het altijd de moeite waard om eens te kijken in de niet met name in deze handleiding genoemde boeken en tijdschriften.

2.6 OPENINGSTIJDEN

Het A-praktikum begint om 13.30 uur, het B- en C-praktikum om 9.00 uur. De praktika sluiten om 17.30 uur.

De bibliotheek is geopend van 9.00 uur - 17.00 uur.

2.7 RICHTLIJNEN BIJ HET MAKEN VAN EEN VERSLAG

Er kan niet genoeg op gewezen worden hoe belangrijk het is om goed leesbare praktikumverslagen te maken (leesbaar in twee opzichten!). Het leren schrijven van verslagen vormt een essentieel, maar vaak onderschat onderdeel van het praktikum.

U dient zich in grote trekken aan de volgende richtlijnen te houden:

1. Geef aan het begin van het verslag een beknopte samenvatting van het doel van het experiment en een duidelijk overzicht van de numerieke resultaten (inclusief de geschatte nauwkeurigheid). Voeg hier zo mogelijk ter vergelijking "litteratuurwaarden" (met bronvermelding) aan toe.

2. Vermeld daarna het hoe en waarom van de gebruikte meetmethode; geef een schets van de opstelling en noem mogelijke foutoorzaken.

3. Geef de formules van de bewerkingen, die op de directe meetresultaten zijn uitgevoerd, en de methode van foutenberekening.

Geef van de formules, ook als ze direct aan de litteratuur zijn ontleend (bronvermelding!) de *essentiële* stappen van de afleidingen, waar nodig met verbindende tekst.

Noem ook de aannamen en/of omstandigheden die het gebruik van de formules rechtvaardigen (zoals: homogeniteit, kleine uitwijkingen, kamertemperatuur en dergelijke).

Alle gebruikte symbolen moeten gedefinieerd worden; ook van constanten moeten de gebruikte numerieke waarden worden opgegeven. Bijvoorbeeld: $\pi = 3,14159$, of $\pi = 3,14$.

4. Vervolgens worden in tabelvorm de directe meetresultaten, de belangrijkste tussenresultaten en het eindresultaat gegeven.

De uitkomsten van de foutenanalyse worden op dezelfde manier (zo mogelijk in dezelfde tabel) vermeld.

5. Dan volgt een discussie van het resultaat: zijn de uitkomsten in overeenstemming met de theorie? Is het verschil met de litteratuurwaarde te verklaren? Was de gebruikte apparatuur geschikt voor het beoogde doel?

Nog enkele opmerkingen:

Verwerk eventueel in de handleiding gestelde vragen of opdrachten op een logische manier in Uw verslag. Volsta dus niet met "a) ja, b) 3,4567, c) groter".

Schrijf geen stukken uit de litteratuur over. Korte samenvattingen van zelf gevonden litteratuurgegevens (met bronvermelding) zijn meestal wel op hun plaats.

Vergeet niet eventuele bijlagen (grafieken e.d.) van Uw naam en een volgnummer te voorzien. Vermeld in de kop van de eerste pagina onder "opmerkingen" aantal en aard van de bijlagen.

Een meer gedetailleerde verhandeling over het schrijven van verslagen, publicaties enz is te vinden in Squires, Fysisch Experimenteren.

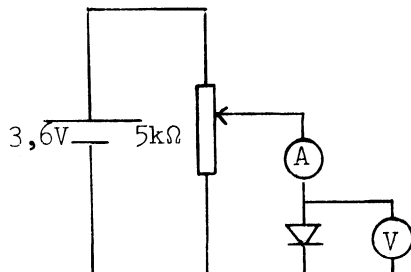
Op de volgende bladzijden vindt U voorbeelden van een verslag en een meetrapport.

2.8 VOORBEELD VAN EEN MEETRAPPOR

Bepaling van $\frac{e}{k}$ uit de I-V karakteristiek van een diode.

Gemeten: stroom I door de diode
spanning V over de diode

Meetopstelling:



Stroommeter	Kew universeelmeter	nauwkeurigheid 3%
Spanningsmeter	Philips buisvoltmeter	nauwkeurigheid 3%
Diode	Silicium p-n diode	type OA 211

Resultaten: I (μ A)	V (volt)	I (mA)	V (volt)
2,5	0,320	0,10	0,442
5,0	0,342	0,15	0,458
7,5	0,353	0,20	0,472
10,0	0,362	0,30	0,486
15,0	0,373	0,40	0,499
20,0	0,384	0,60	0,517
30,0	0,397	0,80	0,532
40,0	0,407	1,00	0,542
50,0	0,413		

Onnauwkeurigheden: stroom: tot 50 μ A \pm 1,5 μ A
tot 2,5 mA \pm 0,075 mA
spanning: \pm 0,03 V t.g.v. meteronnauwkeurigheid
 \pm 0,001 V afleesfout (deze is voor dit geval van belang)

Volgens $I = I_0 \exp \frac{eV}{kT}$ kan $\frac{e}{kT}$ uit de helling van de grafiek $\log I$ tegen V bepaald worden (bijlage 1).

Voor de berekening is alleen het lineaire deel ($I < 100 \mu$ A) gebruikt.

Resultaat: $\frac{e}{kT} = 31,5 \pm 2,5 \text{ V}^{-1}$

De onnauwkeurigheid is uit de grafiek geschat.

Invullen van $T = 295 \text{ K}$ geeft

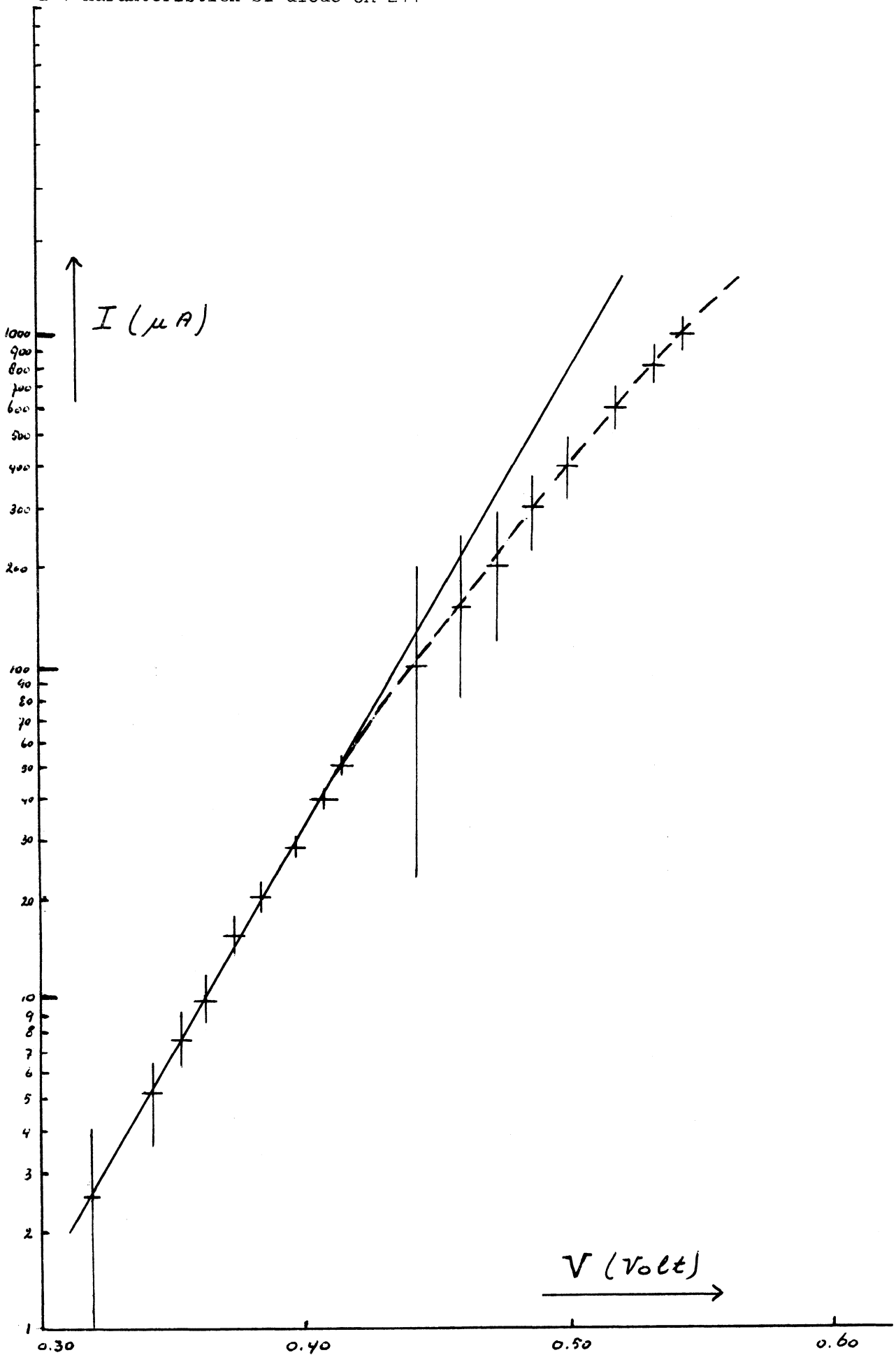
$$\frac{e}{k} = 9300 \pm 800 \text{ K/V}$$

De literatuurwaarde bedraagt $\frac{e}{k} = 11604,8 \pm 0,6 \text{ K/V}$.

Het verschil is niet te verklaren uit de onnauwkeurigheid van de apparatuur.

Bijlage 1

I-V karakteristiek Si-diode OA 211



VOORBEELD VAN EEN VERSLAG

Bepaling van e/k uit de I_C - V_{BE} karakteristiek van een transistor.

Samenvatting Uit de I_C - V_{BE} karakteristiek van een transistor is e/k bepaald. Het resultaat is $\frac{e}{k} = 1,15(6) \cdot 10^4$ K/V.

De literatuurwaarde (Handbook of Chemistry and Physics pag. F-167) bedraagt $1,16049(16)$ K/V.

Meetmethode De stroom I_C door een transistor werd gemeten als functie van de spanning V_{BE} tussen basis en emitter. De gebruikte opstelling is schematisch weergegeven in fig. 1.

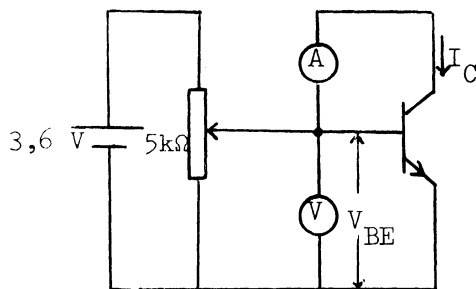


fig.1

De spanning V_{BE} werd ingesteld met een variabele spanningsdeler en afgelezen met een Philips buisvoltmeter (ingangsweerstand 100 M Ω , nauwkeurigheid 3%).

De stroom werd gemeten met een Kew universeelmeter (nauwkeurigheid 3%). De gebruikte transistor was van het type BA 147 B.

Theorie De collectorstroom van een transistor wordt gegeven door

$$I_C = A \left(\exp \frac{eV_{BE}}{kT} - 1 \right) + B \left(\exp \frac{eV_{BC}}{kT} - 1 \right)$$

waarin V_{BE} en V_{CE} de spanningen tussen basis en emitter, resp. basis en collector zijn, k de constante van Boltzmann en T de absolute temperatuur is (zie bijv. J. Gibbons Semi-conductor Electronics-Ea-Gib-H.9).

Beide termen in de formule geven het verband tussen de stroom en de spanning voor een p-n diode

De afleiding van $I = I_0 \left(\exp \frac{eV}{kT} - 1 \right)$ voor een diode

geschiedt in principe door de stromen I_f in de "voorwaartse richting" en I_r in de "tegenrichting", beide t.g.v. gaten en electronen, te beschouwen.

Deze stromen hangen zowel af van de diffusiepotentiaal die zich over de p-n grenslaag opbouwt als van het uitwendig aangelegde potentiaalverschil V . Het resultaat blijkt te zijn dat in de voorwaartse richting een stroom van meerderheidsladingsdragers $I_f = I_{f0} \exp \frac{eV}{kT}$ loopt, terwijl in de tegenrichting een stroom van minderheidsladingsdragers (lekstroom) $I_r = I_{r0} = -I_{f0}$ loopt.

In ons geval wordt $V_{BC} = 0$ gekozen, zodat de tweede term nul is. Wanneer bovendien 1 klein is t.o.v. $\exp \frac{eV_{BE}}{kT}$, kan de collectorstroom geschreven worden als $I_C = I_0 \exp \frac{eV_{BE}}{kT}$.

Door I_C halflogaritmisch uit te zetten tegen V_{BE} ontstaat een rechte lijn, waarvan de helling e/kT is.

Door invullen van de temperatuur kan dus e/k berekend worden.

Resultaten De meetresultaten zijn vermeld op bijlage 1; de grafiek staat op bijlage 2. De geschatte nauwkeurigheid van de meetpunten is in de grafiek aangegeven. Omdat de opgegeven mogelijke fout van de buisvoltmeter nogal groot is (3% volle schaal), is de meter in het gebruikte gebied gecontroleerd met behulp van een nauwkeurig bekende spanningsbron (kwikcel: $V = 1.329$ Volt) en een nauwkeurige spanningsdeler ("Bleeker" - weerstandsbank). De grootste afwijking bleek ongeveer 1% van de afgelezen waarde te bedragen. Voor stromen $I_C < 2,5$ mA blijkt de grafiek goed lineair te zijn. In dit deel is op het oog zo goed mogelijk een rechte getrokken door de meetpunten. Voor het bepalen van de helling zijn 2 punten gekozen op de rechte:

$$\begin{aligned} I_1 &= 1,5 \text{ mA} & V_1 &= 0,638 \text{ V} \\ I_2 &= 10 \text{ } \mu\text{A} & V_2 &= 0,509 \text{ V} \end{aligned}$$

Hieruit berekenen we $\ln I_1 - \ln I_2 = \ln I_1/I_2 = 5,01064$ en $V_1 - V_2 = 0,129$ V waaruit volgt:

$$e/kT = 38,84 \quad \text{V}^{-1}$$

Een ruwe schatting van de nauwkeurigheid van het eindresultaat kan in dit geval worden verkregen door een tweede rechte in de grafiek te trekken, die nog net binnen de nauwkeurigheidsgrenzen van de meetpunten valt. Voor de helling van deze niet getekende "tweede" lijn kiezen we

$$\begin{aligned} I_1 &= 1,5 \text{ mA} & V_1 &= 0,6425 \text{ V} \\ I_2 &= 10 \text{ } \mu\text{A} & V_2 &= 0,506 \text{ V} \end{aligned}$$

Hieruit berekenen we op analoge wijze: $e/kT = 36,71 \text{ V}^{-1}$ zodat $e/kT = 39 \pm 2 \text{ V}^{-1}$.

Invullen van $T = 295$ K geeft $e/k = 11500 \pm 600 \text{ K/V}$.

Discussie De gevonden waarde stemt goed overeen met de reeds bekende waarde van $1.1604 (16) \cdot 10^4 \text{ K/V}$. Het blijkt dat de veronderstelling dat $\exp \frac{eV_{BE}}{kT} \gg 1$ gerechtvaardigd is.

De transistor biedt dus een eenvoudige methode om de fundamentele constante e/k met redelijke nauwkeurigheid (in de orde van 5%) te meten. Met betere apparatuur zou de nauwkeurigheid nog verhoogd kunnen worden.

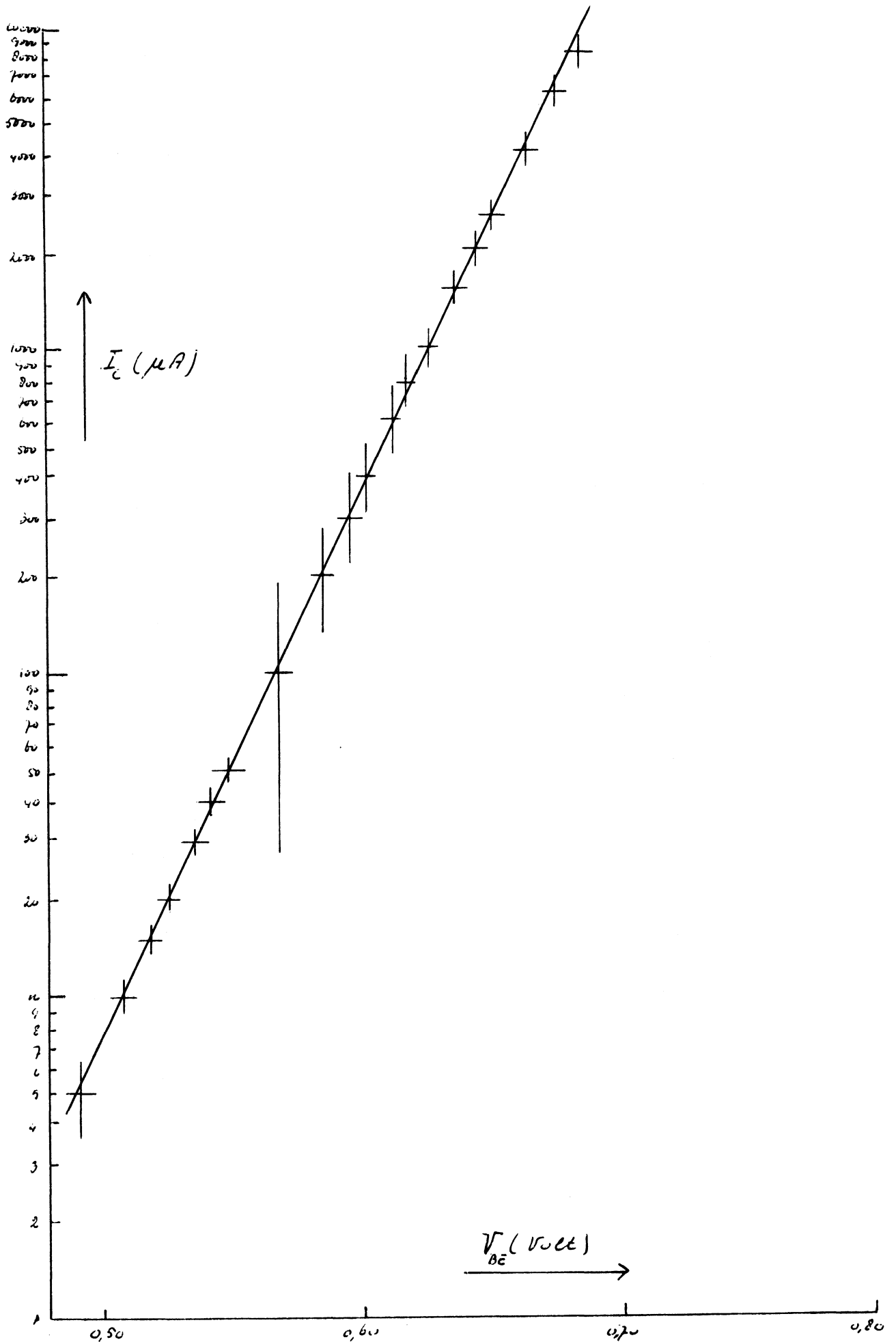
Literatuur J. Gibbons Semiconductor electronics H.9
H. de Waard Electronica 2.3
American Journal of Physics 41 (1973) pag. 349 e.v.

Bijlage 1

$I_C - V_{BE}$ karakteristiek van een transistor BA 147 b

i ¹⁾	V ²⁾	
5 μA	0.492 V	¹⁾ Kew: t/m 50 μA $\pm 1,5 \mu A$
10	509	t/m 2.5 mA $\pm 0.075 mA$
15	520	t/m 25 mA $\pm 0.75 mA$
20	527	
30	537	
40	543	²⁾ Philips: $\pm 1\%$ <u>van de afgelezen waarde</u>
50	550	volgens ijking met Bleeker-
0.1 mA	569	weerstandsbank.
0.2	587	
0.3	597	
0.4	603	
0.6	614	
0.8	620	
1.0	628	
1.5	638	
2.0	647	
2.5	652	
4.0	667	
6.0	679	
8.0	688	
10.0	697	
15.0	712	

Bijlage 2

 $I_C - V_{BE}$ karakteristiek van een transistor BA 147 b

3. GROOTHEDEN, DIMENSIES EN EENHEDEN

Voor de kwantitatieve beschrijving van de natuur gebruiken we een vrij uitgebreide verzameling *fysische grootheden* die we naar soort kunnen onderscheiden: energie, kracht, volume, veldsterkte, enzovoort. Deze grootheden kunnen nu worden beschouwd als *afgeleid*, d.w.z. als door vermenigvuldiging en deling ontstane combinaties, van een klein aantal basisgrootheden. Welke en hoeveel grootheden men als basis kiest is voor- namelijk een kwestie van gemak; de gekozen grootheden zijn dus uit fysisch oogpunt niet meer "fundamenteel" dan de afgeleide grootheden.

Volgens internationale afspraak worden tegenwoordig als basisgrootheden gekozen: massa [m], lengte [l], tijd [t], elektrische stroom [i], temperatuur [θ], lichtsterkte (intensiteit) [I], en "hoeveelheid substantie" [M].

De tussen [] genoteerde *dimensie* van een *grootheid* geeft aan met welke combinatie van basisgrootheden we te maken hebben.

Vaak kan men door het invoeren van nog een kwasi-basisgrootheid de dimensieformules aanzienlijk vereenvoudigen. In de electriciteitsleer wordt daartoe bijv. de spanning [V] = [ml²t⁻³i⁻¹] gebruikt.

Het verband tussen de dimensies van de verschillende grootheden volgt uit hun definities of uit de empirische wetten, die de fysische samenhang tussen de grootheden vastleggen. Zo volgt uit de definitie dat de dimensie van versnelling [lt⁻²] is; uit Newtons gravitatiewet volgt dat de dimensie van de gravitatieconstante G is [m⁻¹l³t⁻²].

De dimensie van een grootheid is niet karakteristiek voor zijn soort: zo hebben energie en (koppel-)moment dezelfde dimensie [ml²t⁻²].

Verder is de dimensie afhankelijk van de keuze van de basisgrootheden. Aan dimensieformules moet men dus geen al te fundamentele betekenis hechten.

Een belangrijke toepassing is het controleren van formules: hierin moeten steeds de dimensies van linker- en rechterlid gelijk zijn.

[aan] Om de "grootte" van een grootheid te kunnen aangeven dienen we een eenheid te definiëren. Door een stel basisgrootheden een stel eenheden toe te voegen definiëert men een *systeem*. De eenheden van de afgeleide grootheden volgen dan uit hun dimensies, al dan niet op een dimensieloze constante na. Wanneer in een systeem dergelijke constanten voorkomen noemt men het *niet-coherent* (voorbeeld: het cgs-systeem).

Bij het bovengenoemde stel basisgrootheden zijn resp. als eenheden gekozen:

kilogram (massa!),	symbool kg;
seconde	s
ampère	A
meter	m
kelvin	K (dus niet <i>graad</i> Kelvin °K)
candela	cd
mol (vroeger <i>grammolecuul</i> genoemd).	

We kunnen aan dit lijstje nog toevoegen de eenheden voor de dimensieloze grootheden hoek en ruimtehoek: resp. radiaal (rad) en steradiaal (sr).

De nauwkeurige definities van al deze eenheden vindt men in de literatuur.

Het aldus gedefiniëerde *coherente* systeem heet "Système Internationale" (SI); het wordt nog vaak MKSA- of Giorgistelsel genoemd.

Op het *Natuurkundig Praktikum* wordt in *beginnel* steeds dit systeem gebruikt.

Slechts in incidentele gevallen worden nog eenheden gebruikt die niet in het SI passen. Meestal is dit een kwestie van gemak (bijv. torr = mmHg; hoekgraad), soms van een nog niet verbroken traditie ($\text{Å} = 10^{-10} \text{ m}$).

De SI-eenheden kunnen desgewenst worden voorzien van de volgende voorvoegsels:

<u>voorvoegsels</u>	<u>afkorting</u>	<u>factor</u>
milli	m	10^{-3}
micro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
pico	p	10^{-12}
femto	f	10^{-15}
atto	a	10^{-18}
kilo	k	10^3
mega	M	10^6
giga	G	10^9
tera	T	10^{12}

In de nevenstaande tabel geven we ter illustratie de dimensies van een aantal veel gebruikte grootheden. Opmerking: bij het opstellen van een dimensieformule kennen we aan een dimensieloze grootheid de dimensie 1 (één) toe.

Litteratuur

In bijna elk leerboek kan men iets over dit onderwerp vinden. We vermelden hier slechts:

Jaarboek van de Nederlandse Natuurkundige Vereniging:

o.a. definities van de eenheden van het Internationale Stelsel; getalwaarden van de natuurconstanten; internationale afspraken over symbolen en notatie.

Kronig, Leerboek der Natuurkunde:

o.a. een beschouwing over de samenhang van de verschillende eenhedenstelsels die nog in gebruik zijn.

J. Thierry, Overzichtskaart van grootheden en SI-eenheden, uitgegeven door het Nederlands Normalisatie Instituut.

Deze is op verschillende plaatsen op het praktikum opgehangen.

grootheid	meest gebruikt symbool	dimensie	evt. speciale naam v. eenheid
hoek	$\alpha, \beta, \text{ enz.}$	1	radiaal (rad)
ruimtehoek	Ω	1	steradiaal (sr)
aantal	n, N	1	
frequentie	f, ν	t^{-1}	hertz (Hz)
hoeksnelheid	ω	t^{-1}	
moment van een koppel	T	ml^2t^{-2}	
energie	E, W	ml^2t^{-2} of iVt	joule (J)
constante van Planck	h	ml^2t^{-1}	
lading	Q	it	coulomb (C)
electrische spanning	V	$ml^2t^{-3}i^{-1}$ of V	volt (V)
electrische veldsterkte	E	Vl^{-1}	
magnetische veldsterkte	H *)	il^{-1}	
magnetische inductie	B *)	$mt^{-2}i^{-1}$ $Vl^{-2}t$	tesla (T)
magnetische flux	ϕ	Vt	weber (Wb)
magnetisatie	M *)	il^{-1}	(magn. moment per volume-eenheid)
magnetisch moment	m	il^2	
permeabiliteit v.h. vacuum	μ_0	$mlt^{-2}i^{-2}$	
permittiviteit v.h. vacuum	ϵ_0	$mlt^{-2}V^{-2}$	
hoeveelheid warmte	Q	ml^2t^{-2}	
soortelijke warmte	c	$l^2t^{-2}\theta^{-1}$	
constante van Boltzmann	k	$ml^2t^{-2}\theta^{-1}$	
lichtsterkte	I	I	candela (cd)
lichtstroom	ϕ	I	lumen (lm) = cd sr
verlichtingssterkte	E	Il^{-2}	lux (lx) = $lm\ m^{-2}$

*) B, H en M (alle drie *vector*grootheden!) hangen samen volgens

$$B = \mu_0(H + M)$$

4 DIFFERENTIAALVERGELIJKINGEN; EXPONENTIELE FUNCTIES; HET GETAL e .

Bij de beschrijving van natuurkundige problemen wordt zeer vaak gebruik gemaakt van differentiaalvergelijkingen. Dit zijn ruw gezegd vergelijkingen waar afgeleiden (differentiaalquotiënten) van de variabelen in voorkomen. Een eenvoudig maar belangrijk type differentiaalvergelijking vinden we in het volgend voorbeeld:

De snelheid (in kg/s) waarmee de massa m van een hoeveelheid van een radioactieve nuclide wordt omgezet in vervalproducten is evenredig met de aanwezige massa.

Wiskundig geformuleerd:

$$\frac{d}{dt} m(t) = -\lambda m(t). \quad (1)$$

λ is een positieve constante (de *vervalconstante* van de betreffende nuclide). Vraag: wat is de dimensie van λ ?

Het minteken representeert het feit dat de massa *afneemt*.

We hebben hier nu een differentiaalvergelijking, waarin de variabele m gedifferentieerd naar de tijd voorkomt.

Het probleem is nu deze vergelijking op te lossen: dwz een functie $m(t)$ te vinden die aan (1) voldoet. Kennelijk moet $m(t)$ in dit geval de eigenschap hebben dat hij (op een constante factor $-\lambda$ na) onveranderd blijft bij differentiëren.

De enige functies die deze eigenschap hebben zijn de *exponentiële* functies, die de gedaante a^t hebben. a is een positieve constante; t is de onafhankelijk variabele, die zowel positieve als negatieve waarden mag aannemen. Voor deze functies geldt dus dat

$$\frac{d}{dt} a^t = k \cdot a^t;$$

k is een constante die van a afhangt. Voor één speciale waarde van a is $k = 1$. Deze waarde is het irrationele getal $2,7182\dots$, dat met e wordt aangeduid. Dus

$$\frac{d}{dt} e^t = e^t.$$

Als we nu ${}^c \log a$, de logaritme van a met het grondtal e , de naam $\ln a$ geven (\ln is een afkorting van "natuurlijke logaritme") dan is

$$a^t = (e^{\ln a})^t.$$

Door nu de kettingregel voor differentiëren toe te passen blijkt dat

$$\frac{d}{dt} a^t = \frac{d}{dt} e^{t \cdot \ln a} = \ln a \cdot e^{t \cdot \ln a} = \ln a \cdot a^t.$$

We hebben dus gevonden dat k (zie boven) $= \ln a$.

Het is gemakkelijk in te zien dat ook geldt

$$\frac{d}{dt} c \cdot a^t = \ln a \cdot c \cdot a^t \quad (2)$$

als c een willekeurige constante is.

Vergelijken we nu (2) met (1), dan zien we dat $m(t)$ een oplossing van (1) is als hij de vorm $c \cdot a^t$ heeft, mits a zo gekozen wordt dat $\ln a = -\lambda$. Ofwel als

$$m(t) = c \cdot e^{-\lambda t},$$

waarin c nog willekeurig gekozen kan worden. Nu past bij elk experiment, waarop (1) van toepassing is, slechts één oplossing! Dat betekent dus dat c ook moet worden vastgelegd. Dit gebeurt door de eis dat m op een zeker moment een voorgeschreven waarde dient te hebben.

We beginnen het experiment met het afwegen van een zekere beginmassa M ; kiezen we de tijdschaal zo dat op d at moment $t = 0$ is, dan is dus $m(0) = M$. Volgens de reeds gevonden *algemene oplossing* is

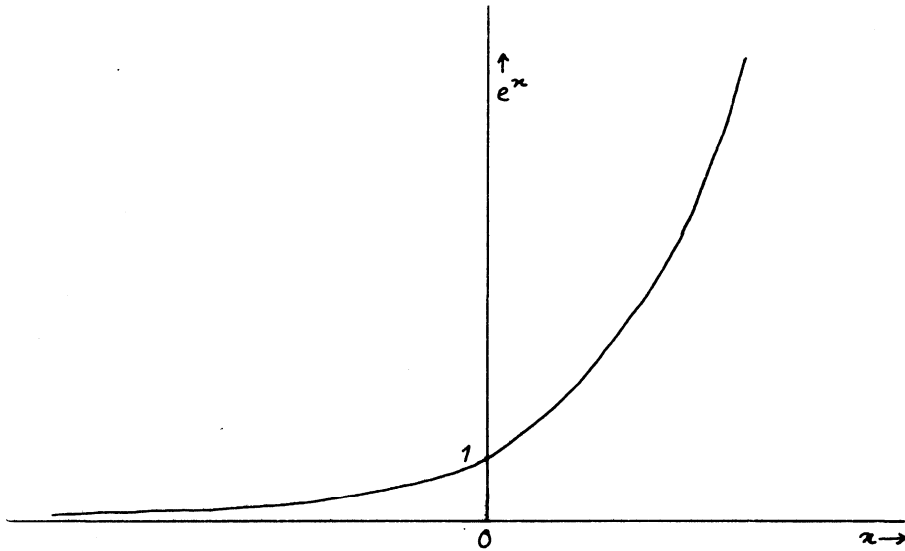
$$m(0) = c \cdot e^{-\lambda \cdot 0} = c. \text{ Dus } c = M, \text{ en onze } \textit{particuliere} \text{ oplossing is}$$

$$m(t) = M \cdot e^{-\lambda t}. \quad (3)$$

Voeren we τ in door te stellen $\tau = 1/\lambda$, dan wordt (3)

$$m(t) = M \cdot e^{-t/\tau}. \quad (4)$$

We zien dat τ de tijd is waarin m tot $1/e$ maal zijn oorspronkelijke waarde M is afgenomen.



5. SAMENVATTING COMPLEXE GETALLEN door Dr. D.W. Bresters

5.0 INLEIDING

Complexe getallen zijn hulpgrootheden die in de praktijk hun nut hebben bewezen (bijv. bij de behandeling van wisselsignalen, zie H. 3.3 van de praktikumhandleiding).

Een "strengere" invoering vindt plaats in het college Calculus (H. VI). We beperken ons hier tot een intuïtieve inleiding die zoveel materiaal verschaft dat de praktikumhandleiding zonder moeilijkheden kan worden gehanteerd.

5.1 COMPLEX GETAL

Definitie Een *complex getal* is een symbool van de vorm $a + bi$ met $a, b \in \mathbb{R}$. Het symbool i vervult een aparte rol die zo dadelijk bij de rekenregels aan de orde komt. De aanduiding complex getal is misleidend, er is in het geheel nog geen sprake van een *getal*. Beter ware het in dit stadium te spreken van *complex symbool* (een samengesteld symbool dus!). De verzameling van alle $a + bi$ met $a, b \in \mathbb{R}$ geven we aan met \mathbb{C} . We zullen nu een aantal rekenregels in \mathbb{C} definiëren. Daarbij zal blijken dat we aan het symbool $a + bi$ zódanige eigenschappen kunnen geven dat het toch veel op een getal gaat lijken.

5.2 REKENREGELS

- a. afspraken: $a + 0i = a$
 $0 + bi = bi$
 $a + (-b)i = a - bi$
- b. Optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen geschiedt in \mathbb{C} volgens de regels van de letteralgebra, waarbij echter overal i^2 wordt vervangen door -1 (en dus: $i^3 = -i$, $i^4 = +1$, etc.).
 Daarnaast spreken we af:
 1) termen met i samenvoegen
 2) geen termen met i onder de breukstreep.

Ga na dat dus zal gelden:

$$\begin{aligned} (a + bi) + (c + di) &= (a + c) + (b + d)i \\ (a + bi) - (c + di) &= (a - c) + (b - d)i \\ (a + bi)(c + di) &= (ac - bd) + (ad + bc)i \\ \frac{a + bi}{c + di} &= \frac{(a + bi)(c - di)}{(c + di)(c - di)} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \frac{bc - ad}{c^2 + d^2} i \end{aligned}$$

Opgaven Bereken (schrijf steeds in de vorm $p + qi$):

$$\begin{aligned} (2 + 3i) - (1 - 2i) \\ (2 + 3i) \times (1 + 2i) \\ \frac{2 + 3i}{1 - 2i} \\ (2 + 3i)(2 - 3i) \\ \frac{2 + 3i}{2 - 3i} \\ (1 + 2i)^2 \end{aligned}$$

5.3 VERGELIJKINGEN

In \mathbb{C} is de vergelijking: $x^2 + 1 = 0$ oplosbaar.

Dit wordt vaak aangevoerd als de reden om complexe getallen te definiëren. (Vergelijk: de irrationale getallen zijn gedefinieerd om bijv. de vergelijking $x^2 = 2$ een oplossing te geven.)

We zagen reeds: $(a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$

Derhalve geldt: $x^2 + 1 = (x + i)(x - i)$

zodat de vgl. $x^2 + 1 = 0$

als wortels heeft: $x_1 = i \quad x_2 = -i$

Analoog: $x^2 + a^2 = 0, \implies x = \pm ai$

Door kwadraat afsplitsen kan men laten zien dat nu ook de vergelijking

$$ax^2 + bx + c$$

in \mathbb{C} altijd 2 (eventueel gelijke) oplossingen heeft.

opgaven Los op:

$$x^2 + 4 = 0$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$x^2 + 2x + 2 = 0$$

$$x^3 = 1$$

$$x^4 = 16$$

5.4 MEETKUNDIGE INTERPRETATIE

Van het getal $z = a + bi$ noemt men a het *reële deel*: $a = \operatorname{Re} z$

b het *imaginaire deel*: $b = \operatorname{Im} z$

N.B. Let op: het imaginaire deel van $a + bi$ is niet de grootte bi , maar het reële getal b !

De verzameling \mathbb{C} kan men afbeelden op de punten van het platte vlak.

Daarbij zetten we het reële deel af langs de x-as (reële as) en het imaginaire deel langs de y-as (imaginaire as).

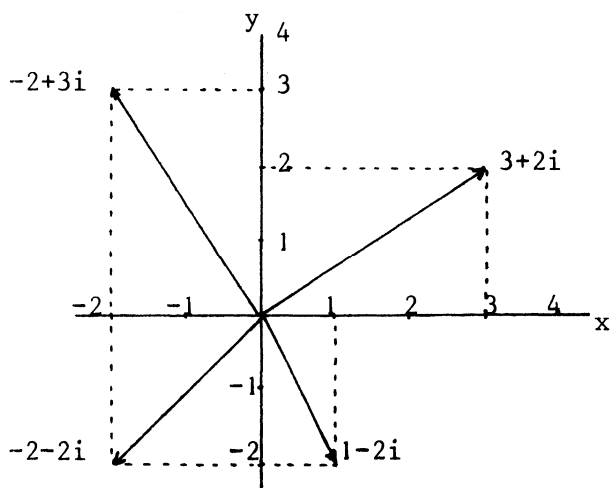
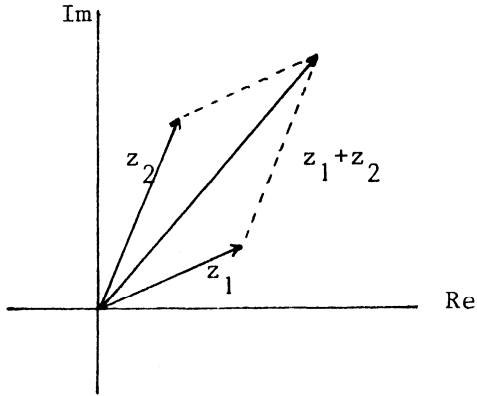


fig. 5.1 afbeelding van complexe getallen in het platte vlak

In plaats van met punten in het vlak kan men de complexe getallen ook met de getekende *vectoren* identificeren.

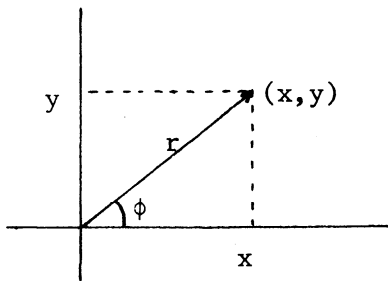


Controleer dat de optelling van 2 complexe getallen z_1 en z_2 in het "complexe vlak" correspondeert met de optelling (via de parallellogramconstructie) van de beide vectoren. Ook de aftrekking kan "vectorieel" geschieden. Vermenigvuldiging en deling hebben geen direct vectorieel equivalent.

fig. 5.2 complexe getallen kan men vectorieel optellen

.5 DE POLAIRE SCHRIJFWIJZE

De plaats van een punt in een vlak kan men naast de bekende manier d.m.v. "cartesische coördinaten" x en y ook vastleggen d.m.v. "poolcoördinaten" r en ϕ . Zie fig. 5.3.

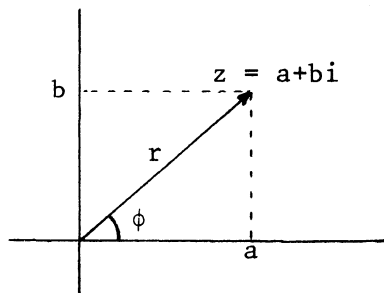


$$r > 0 \quad 0 \leq \phi < 2\pi$$

Daarbij geldt: $r = (x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}} \quad x = r \cos \phi$
 $\phi = \arctan \frac{y}{x} \quad y = r \sin \phi$

Deze schrijfwijze m.b.v. poolcoördinaten kan gezien H. 5.4 ook gebruikt worden voor complexe getallen $a + bi = z$.

fig. 5.3 cartesische en poolcoördinaten



We noemen dan $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ de *modulus* van z : $r = |z|$ en de hoek ϕ noemen we het *argument* van z ; $\phi = \arg z$.

Er geldt: $\operatorname{Re} z = |z| \cdot \cos(\arg z)$
 $\operatorname{Im} z = |z| \cdot \sin(\arg z)$
 $\operatorname{tg}(\arg z) = \frac{\operatorname{Im} z}{\operatorname{Re} z}$
 $|z|^2 = (\operatorname{Re} z)^2 + (\operatorname{Im} z)^2$

fig. 5.4 complex getal in poolcoördinaten

Met de notatie $r = |z|$, $\phi = \arg z$ kan het complexe getal $z = a + bi$ derhalve ook geschreven worden als

$z = r (\cos \phi + i \sin \phi)$
$r > 0 \quad 0 \leq \phi < 2\pi$

Kortheidshalve schrijft men soms:

$z = r \operatorname{cis} \phi$

Zijn nu gegeven 2 complexe getallen z_1 en z_2 : $z_1 = r_1 \text{ cis } \phi_1$, $z_2 = r_2 \text{ cis } \phi_2$, dan geldt:

$$\begin{aligned} z_1 \cdot z_2 &= r_1 \cdot r_2 \cdot \text{cis } \phi_1 \cdot \text{cis } \phi_2 \\ &= r_1 r_2 \{ \cos \phi_1 \cos \phi_2 - \sin \phi_1 \sin \phi_2 + \\ &\quad + i (\sin \phi_1 \cos \phi_2 + \sin \phi_2 \cos \phi_1) \} \\ &= r_1 r_2 \{ \cos (\phi_1 + \phi_2) + i \sin (\phi_1 + \phi_2) \} \\ &= r_1 r_2 \text{ cis } (\phi_1 + \phi_2) \end{aligned}$$

Conclusie: $|z_1 z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$ en $\arg z_1 z_2 = \arg z_1 + \arg z_2$.

De grootheid $\text{cis } \phi = \cos \phi + i \sin \phi$ gedraagt zich als een macht:

$\text{cis } \phi_1 \cdot \text{cis } \phi_2 = \text{cis } (\phi_1 + \phi_2)$ en $(\text{cis } \phi)^n = \text{cis } n\phi$ (d.m.v. Volledige Inductie).

Als consequentie daarvan schrijft men derhalve in plaats van $z = r \text{ cis } \phi$ liever: $z = r e^{i\phi}$.

opgaven 1. Schrijf in de vorm $re^{i\phi}$:

$$z = 3 + 4i$$

$$z = -3i$$

$$z = i$$

$$z = 1$$

$$z = 1 - i$$

$$z = 3 - 4i$$

2. Schrijf in de vorm $a + bi$

$$z = 2 e^{\frac{i\pi}{3}}$$

$$z = e^{\frac{\pi i}{2}}$$

$$z = 3 e^{\pi i}$$

$$z = \sqrt{2} e^{\frac{\pi i}{4}}$$

3. Bereken absolute waarde en argument van $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$, $z_2 = 1 - i\sqrt{3}$.

Maak een tekening. Wat is de relatie tussen z_1 en z_2 in de figuur?

Men noemt z_2 de *complex toegevoegde* van z_1 : $z_2 = \bar{z}_1$.

definitie: $z = a + bi$, dan $\bar{z} = a - bi$.

Welke relatie bestaat er tussen $|z|$ en $|\bar{z}|$, $\arg z$ en $\arg \bar{z}$?

De tweede vraag krijgt een eenvoudiger antwoord als we afspreken:

$-\pi < \phi \leq \pi$ in plaats van $0 \leq \phi < 2\pi$. Ga dat na.

4. $z_1 = r_1 e^{i\phi_1}$
 $z_2 = r_2 e^{i\phi_2}$ } $r > 0$ $-\pi < \phi \leq \pi$
 Schrijf: $\frac{z_1}{z_2}$ in de vorm $re^{i\phi}$.

conclusie Onder de keuze $-\pi < \phi \leq \pi$ geldt derhalve $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$ en $\arg \frac{z_1}{z_2} = \arg z_1 - \arg z_2$

Wat kun je dus schrijven voor $\left| \frac{1}{z} \right|$ en $\arg \frac{1}{z}$?

FOUTENBEREKENING

1. INLEIDING

- 1.1 Een van de belangrijkste aspecten van de experimentele natuurkunde is het *meten* van de grootheden die in een bepaald experiment een rol spelen. Dit betekent dat we die grootheden kwantitatief vergelijken (direct of indirect) met geschikte nauwkeurig gedefiniëerde eenheden.

Als werkhypothese nemen we aan dat een te meten grootheid X een zekere, in principe exact te bepalen "ware" grootte x_w eenheden heeft. Aan de problemen die de kwantummechanica op dit punt biedt (onzekerheidsrelaties) gaan we dus voorbij.

x_w kan eventueel in de tijd variëren. In het volgende nemen we echter aan dat dit niet het geval is.

Nu moet men er altijd rekening mee houden dat een exacte bepaling van x_w in de praktijk nooit mogelijk is. De aldus optredende *fout* in de waarneming kan voortkomen uit verschillende oorzaken, die we in meer of mindere mate in de hand kunnen hebben, maar nooit geheel kunnen elimineren. Essentieel is echter dat we wel vrijwel altijd in staat zijn een schatting te maken van de mogelijke grootte van de gemaakte fout, m.a.w. van de nauwkeurigheid van de verrichte meting.

Zonder inzicht in deze nauwkeurigheid heeft een meetresultaat geen betekenis.

We dienen hiermee rekening te houden

- 1) bij de voorbereiding van een experiment: welke nauwkeurigheid is vereist om b.v. de juistheid van een theorie te toetsen? Welke instrumenten moeten we kiezen om op *economische wijze* aan de gestelde eis te voldoen?
- 2) na voltooiing van de meting: zo mogelijk moeten we controleren of de uitkomsten aan de aanvankelijk gestelde specificaties voldoen.

- 1.2 Stel dat we een meting uitvoeren van de grootheid X .

Het meetresultaat x zal dan vrijwel zeker verschillen van de ware grootte x_w . We definiëren nu:

de absolute fout in x : $e = x - x_w$

de relatieve fout in x : $f = (x - x_w)/x_w = e/x_w$

de procentuele fout in x : $100.f$

"Absoluut" wordt hier gebruikt tegenover "relatief". Vaak wordt deze aanduiding weggelaten. Niet te verwarren met de absolute *grootte* $|x|$ van x !

Merk op dat e en f zowel positief als negatief kunnen zijn. Deze fouten kunnen natuurlijk evenmin als x_w exact bepaald worden! In de hoofdstukken 2 en 3 zullen we methoden aangeven om *schattingen* van de fouten te maken.

Hoewel we in de praktijk alleen de beschikking over deze schattingen hebben, is het voor het begrijpen van de achtergrond van de foutenberekening en voor het afleiden van de te gebruiken formules vaak nuttig om de *werkelijke* fouten als uitgangspunt te nemen.

In de praktijk wordt meestal kortweg van *fouten* gesproken als men eigenlijk *foutschattingen* (of *mogelijke fouten*) bedoelt.

1.3 FOUTENKLASSEN

We kunnen, als we afzien van triviale fouten, bijv. ontstaan door het gebruik van verkeerde of defecte apparatuur, verkeerde aflezing van schaalverdelingen, rekenfouten, enz. een aantal klassen van fouten met karakteristieke eigenschappen onderscheiden:

Eindige resolutie. In de eerste plaats is er het fundamentele feit dat ieder meetinstrument een beperkt *scheidingsvermogen* heeft. Dit betekent, dat de ware grootten x_w en y_w van de (gelijksoortige) grootheden X en Y door het instrument niet met zekerheid van **elkaar** onderscheiden kunnen worden als $|x_w - y_w| < \Delta$. Hierin is Δ de *resolutie* van het instrument, die bij een instrument met groot scheidingsvermogen heel klein kan zijn, maar nooit nul is. Hieruit volgt direct, dat een bepaalde meetuitkomst x slechts kan betekenen, dat x_w overal tussen $x - \Delta$ en $x + \Delta$ kan liggen.

Systematische fouten. Deze worden gekarakteriseerd door de volgende eigenschappen:

- Bij metingen onder gelijke omstandigheden (van dezelfde grootte) hebben ze een constante grootte en teken.
- Veranderen we de omstandigheden waaronder de meting wordt verricht, dan verandert de systematische fout volgens een zekere wetmatigheid (die echter niet a priori bekend hoeft te zijn), of hij blijft constant.

Toevallige of statistische fouten. Daarvoor geldt: doen we een groot aantal metingen onder gelijke experimentele omstandigheden dan

- komen even grote positieve en negatieve fouten even vaak voor;
- komen fouten vaker voor naarmate hun absolute grootte kleiner is;
- kan de fout in de (n+1) de meting niet worden voorspeld uit de fouten in de voorgaande n metingen:

de fouten zijn *onafhankelijk* van elkaar.

Het onderscheid in klassen moet niet al te strikt worden opgevat. Zo is in veel gevallen de beperktheid van het scheidingsvermogen van een meetopstelling uiteindelijk het *gevolg* van statistische fluctuaties.

1.4 FOUTENORZAKEN

Fouten door eindige resolutie. In veel gevallen wordt het meetresultaat gegeven door een aanwijzing op een schaalverdeling. In gunstige gevallen -geschikte lengte van een schaaldeel, zo nodig parallaxopheffing door spiegelaflezing, een lineaire schaalverdeling- kan een geoefend waarnemer deze met een resolutie van 0,1 schaaldeel aflezen. Toch is in het algemeen de mogelijke fout in het meetresultaat groter dan $\pm 0,1$ schd., omdat ook de bepaling van de aanwijzing voor $x_w = 0$ (het *referentiepunt*) aan een afleesfout onderhevig is.

In sommige gevallen (bijv. de micrometer) valt deze aanwijzing niet samen met het nulpunt van de aangebrachte schaalverdeling: de mogelijke fout in de bepaling van het referentiepunt is dan ook $\pm 0,1$ schd. en de totale fout in het meetresultaat kan $\pm 0,2$ schd. zijn. Bij een goede draaispoelmeter echter kunnen we meestal het referentiepunt met grote nauwkeurigheid met het nulpunt van de schaal doen samenvallen m.b.v. een instelschroef. De totale afleesfout kan dan toch vaak tot ca. $\pm 0,1$ schd. worden beperkt.

Sommige instrumenten lenen zich tot het aanbrengen van een *nonius* (zie [1]). De afleesfout kan hierdoor tot minstens de helft verminderd worden.

Optische instrumenten hebben altijd een eindige resolutie als gevolg van het golfkarakter van het licht, dat aanleiding geeft tot buigingsverschijnselen.

Een puntvormige lichtbron wordt bij benadering waargenomen als een niet-uniform verlicht schijfje met een door de eigenschappen van het instrument bepaalde straal r . Punten met een afstand kleiner dan ca. $2r$ kunnen daarom niet afzonderlijk worden waargenomen.

Voor een lichtmicroscop is onder gunstige omstandigheden de resolutie $\Delta = 2r$ ongeveer $2 \cdot 10^{-7}$ m.

Een derde voorbeeld van fouten van dit type vinden we bij de digitale tijdmeting. Een electromechanisch of elektronisch telwerk telt gedurende het te meten interval T de elektrische impulsen die door een bij het apparaat behorende generator met nauwkeurig bekende tussenpozen τ worden opgewekt. Zowel aan het begin als aan het eind van de meting is er een kans dat er een fout van ten hoogste τ gemaakt wordt; in totaal bevat het meetresultaat dus een onzekerheid $\pm\tau$.

Ijkingsfouten. Meet men bij 0° C een lengte op een bij 20° C geijkte comparateur (een verfijnd soort maatlat), dan zal het meetresultaat te groot uitvallen. Veranderen we de temperatuur dan zal de grootte van de fout op precies reproduceerbare manier meeveranderen.

Andere voorbeelden: de spoed van een schroefmicrometer is vaak niet over de hele lengte gelijk, zodat het verband tussen werkelijke en gemeten afmetingen van een verzameling meetobjecten *niet lineair* is; de magneet van een draaispoelmeter kan door veroudering een deel van zijn magnetisatie verloren hebben.

Dit soort fouten is duidelijk van systematische aard en kan meestal door herijking worden opgespoord en gecorrigeerd.

Het is evident dat hier geen verbetering kan worden verkregen door het middelen van een aantal waarnemingen, net zomin als bij andere systematische fouten.

Beïnvloeding van het verschijnsel door het meetinstrument.

Bij het meten van een diameter met een schroefmicrometer valt het resultaat altijd te klein uit, omdat door de onvermijdelijk uitgeoefende druk het meetobject vervormd wordt. Bij het meten van een elektrische stroomsterkte neemt de weerstand in de beschouwde stroomkring toe met de weerstand van het meetinstrument, waardoor het meetresultaat i.h.a. te laag uitvalt.

Een dergelijke wisselwerking treedt in principe bij elk experiment op. Gewoonlijk trachten we een experiment zo in te richten dat de daardoor veroorzaakte systematische fout te verwaarlozen is t.o.v. andere optredende fouten. Zo zorgen we er in het eerste voorbeeld voor d.m.v. een "ratel"-mechanisme de meetdruk tot een bekende lage waarde te beperken, zodat de vervorming beneden de resolutie van het instrument blijft (natuurlijk is de toelaatbare meetdruk afhankelijk van het materiaal van het meetobject).

In het tweede voorbeeld kiezen we, indien mogelijk, de meterweerstand zeer klein t.o.v. de weerstand in de stroomkring. Meestal kan een correctie worden uitgevoerd in de gevallen waarbij de meterweerstand niet te verwaarlozen is.

Niet-reproduceerbaarheid. Door tekortkomingen van de lagering kunnen de uitslagen van een draaispoelmeter niet goed reproduceerbaar zijn.

Bij het uitmeten van een lijnenspectrum met een comparateur kan onzekerheid bestaan in de instelling van de kruisdraad op een niet scherp gedefinieerde

spectraallijn; in dergelijke gevallen spreekt men van *instelfouten*. Bij de comparateur wordt, nadat hij is ingesteld, het meetresultaat afgelezen op een met de instelknop verbonden schaalverdeling. Vaak blijkt nu dat de uitkomst ervan afhankelijk is, of we de instelling hebben bereikt door de knop links- of rechtsom te draaien. Deze schijnbare niet-reproduceerbaarheid, ontstaan door *dode gang* of *hysterese* in het instelmechanisme, kan men vermijden door steeds op dezelfde manier in te stellen.

Ruis. Het blijkt dat tussen de "aansluitklemmen" van elke elektrische geleider (metaaldraad, weerstand, transistor enz.) een kleine onregelmatig wisselende spanning bestaat, waarvan de gemiddelde grootte onder meer afhankelijk is van de temperatuur en weerstand van de geleider. Bij een elektronische versterker resulteren deze in alle componenten optredende statistische fluctuaties in de zgn. *ruis* op de uitgangsspanning.

De oorzaak van ruis ligt in de temperatuurbeweging, die door ladingdragers -en door alle andere (sub)microscopische deeltjes- wordt uitgevoerd. Ook bij niet-electrische metingen kan dit verschijnsel, een bron van toevallige fouten, een rol spelen.

Drift. Ieder meetinstrument vertoont in zekere mate het verschijnsel, dat de nulaanwijzing en/of de gevoeligheid in de loop van een reeks metingen veranderen. Dit kan het gevolg zijn van veranderende uitwendige omstandigheden en van veranderingen in de materiaaleigenschappen. Drift is als een zeer laagfrequent ruisverschijnsel te beschouwen. De fouten die erdoor veroorzaakt worden kunnen zich als systematisch of toevallig voordoen, afhankelijk van de tijdschaal van de drift t.o.v. de waarnemingstijd. Vaak zijn ze door een goed opgezette meetprocedure grotendeels te elimineren.

Fouten van de waarnemer. De beperkingen van de menselijke zintuigen kunnen meetresultaten op een niet te verwaarlozen manier beïnvloeden. Als voorbeelden daarvan vonden we reeds aflees- en instelfouten, waarvan de grootte dikwijls door de geoefendheid en -in tegengestelde zin- door vermoeidheid van de waarnemer bepaald wordt.

Bovendien kan *psychische nawerking*, die bij herhaling van ongeveer dezelfde aflezing onvermijdelijk optreedt, het resultaat beïnvloeden. Dit is te vermijden door zoveel mogelijk afwisseling in een reeks metingen te brengen. Fouten van de waarnemer kan men vermijden door het hem zo gemakkelijk mogelijk te maken. Zo kan men bijvoorbeeld een voltmeter voorzien van *digitale* aflezing: het meetresultaat wordt dan langs elektronische weg direct als een getal van een aantal cijfers zichtbaar gemaakt.

Interpretatiefouten. Deze ontstaan als het fysisch-mathematische model waarop we de interpretatie van het resultaat van een meting baseren, een onjuiste of onnauwkeurige abstractie van de werkelijkheid is. Voorbeelden:

de aanwezigheid van gietfouten in een materiaal, waarvan we de dichtheid op de gebruikelijke manier bepalen;

het berekenen van g uit de trillingstijd T van een slinger m.b.v. de formule voor de mathematische slinger $T = 2\pi\sqrt{l/g}$. Deze geldt alleen bij zeer kleine amplitude. Bovendien zijn factoren als demping van de slinger door wrijving enz. niet in deze formule meegenomen.

Onjuiste interpretatie kan de oorzaak zijn van ernstige systematische fouten, waarvan we vaak de grootte niet kunnen schatten, omdat we er ons niet eens van bewust zijn.

2 EXTERNE SCHATTINGEN VAN DE MEETFOUT.

Externe schattingen van meetfouten zijn gebaseerd op kennis die we al vóór het uitvoeren van de eigenlijke metingen hadden. Deze kennis kan bijvoorbeeld gebaseerd zijn op voorbereidende proeven, op gegevens van de fabrikant van het meetinstrument, of kan worden afgeleid uit de constructie van het instrument, of uit de opzet van het experiment.

Voorbeeld 1. Volgens specificaties van de fabrikant is de nauwkeurigheid van de universeelmeter Unigor 3S beter dan 1 % van de volle schaal. Dat wil zeggen, dat de fout in het meetresultaat overall op de schaal gegarandeerd hoogstens 1 Volt is, als we de meter instellen op het meetbereik 100 Volt. De mogelijke *relatieve* fout is dus omgekeerd evenredig met de gemeten spanning! We hebben hier te maken met de onnauwkeurigheid van de ijking van het instrument.

Verder kunnen we door een paar proefjes constateren, dat aflees- en reproduceerbaarheidsfouten t.o.v. de ijkingsfouten te verwaarlozen zijn. (We kunnen echter desgewenst de ijkingsfouten elimineren door herijking van de meter m.b.v. een standaard-spanningsbron.)

Voorbeeld 2. Meten we een tijdinterval T met een digitale tijdmeting (blz. F-3), dan moeten we bedacht zijn op een fout die ligt tussen plus en min de klokperiode τ . Hebben we voor τ bijv. 1 msec gekozen, dan betekent een aflezing 875 dat $T = 875 \pm 1$ msec; de aflezing 9 betekent $T = 9 \pm 1$ msec. Ook hier blijkt dat de absolute fout constant is (1 msec) en de relatieve fout (resp. 0,1 en 10 %) afhankelijk van het meetresultaat. Om het laatstgenoemde interval te meten hadden we beter een kleinere klokperiode kunnen kiezen!

In veel gevallen is de externe schatting het enige dat we over de fout in een uitkomst kunnen zeggen.

Meestal wordt het grootst mogelijke verschil tussen uitkomst x en werkelijke waarde x_w opgegeven; noemen we dit E dan geldt dus dat $x - E \leq x_w \leq x + E$ is, en we noteren $x_w = x \pm E$. (We hebben deze notatie hierboven al toegepast.) Analooft kunnen we de grootst mogelijke relatieve afwijking F noemen: $F = E/x_w$. In de praktijk nemen we voor F : E/x , omdat we immers x_w niet kennen, en het meetresultaat x wel. Hier is geen bezwaar tegen, zolang we met relatief kleine onnauwkeurigheden te doen hebben, wat we steeds zullen aannemen. De relatieve fout wordt heel vaak in procenten uitgedrukt. De procentuele fout is dus $F \cdot 100$ %.

Tolerantie. Een condensator uit een in serie vervaardigde partij heeft nooit precies de door de fabrikant opgegeven *nominale* capaciteit.

Maken we bij een berekening gebruik van deze nominale capaciteit, dan lopen we dus de kans een fout te introduceren.

We kunnen nu schrijven:

$$C_w = C_{\text{nom}} \pm F \cdot 100 \% = C_{\text{nom}} \pm T \%$$

De procentuele fout T , de *tolerantie*, wordt door de fabrikant opgegeven.

3 INTERNE SCHATTINGEN VAN DE MEETFOUT

3.1 Bij het opzetten van een fysisch experiment proberen we alle factoren die een storende invloed op het meetresultaat kunnen hebben, zo goed mogelijk tot nul te reduceren, of tenminste gedurende het experiment constant te houden (in dit laatste geval moet natuurlijk met de aanwezigheid van deze factoren rekening worden gehouden, anders geven ze aanleiding tot systematische fouten).

Een volledige isolatie van het experiment van het buitengebeuren is echter fundamenteel onmogelijk. We kunnen ons voorstellen dat steeds een groot aantal in de tijd variërende, niet van elkaar afhankelijke factoren blijft bestaan, die ieder de te meten grootheid nu eens in positieve, dan weer in negatieve zin beïnvloeden, zij het in zeer geringe mate.

We denken daarbij in de eerste plaats aan de onvermijdelijke fluctuaties t.g.v. de temperatuurbewegingen op submicroscopisch niveau (zie par. 1.4: ruis). Maar ook trillingen van de bodem, fluctuaties van het aardmagnetisch veld enz. kunnen in de praktijk nooit geheel uitgeschakeld worden.

Het gevolg is, dat de uitkomsten van een reeks metingen van een grootheid X *toevallige* of *statistische* fouten bevatten (zie par. 1.3). Deze komen alleen aan het licht als het scheidingsvermogen van de meetapparatuur groot genoeg is. Men kan zich afvragen welk nut het dan heeft dit op te voeren boven de -natuurlijk niet scherp aan te geven- grens, waar de toevallige fouten een rol gaan spelen.

Het antwoord is, dat de zgn. *interne* analyse van een *lange reeks* meetresultaten het mogelijk maakt, een groot scheidingsvermogen uit te buiten voor een nauwkeurige bepaling (beter gezegd: schatting) van x_w .

3.2 *Histogram.*

Stel dat we onder gelijke experimentele omstandigheden (voor zover dat in verband met het bovenstaande mogelijk is) een groot aantal metingen doen van de grootheid X . Dit aantal (n) moet in ieder geval groter zijn dan 20. We vinden dan uitkomsten x_1, x_2, \dots, x_n .

Verdelen we nu in fig. 1 de x -as in intervallen of *klassen* met breedte B , dan zal elke gevonden x_i ($i = 1, \dots, n$) in één daarvan terechtkomen.

In verticale richting tekenen we nu op elk interval een rechthoek, waarvan het oppervlak, uitgedrukt in een geschikt gekozen eenheid, gelijk is aan de fractie van de n uitkomsten die in dat interval thuishoren. (Corresponderen 10 van de zeg 100 metingen met een bepaald interval, dan is de bedoelde fractie dus 0,1).

Men noemt deze fractie de (*relatieve*) *frequentie* van de betreffende uitkomsten; deze kan dus liggen tussen 0 en 1.

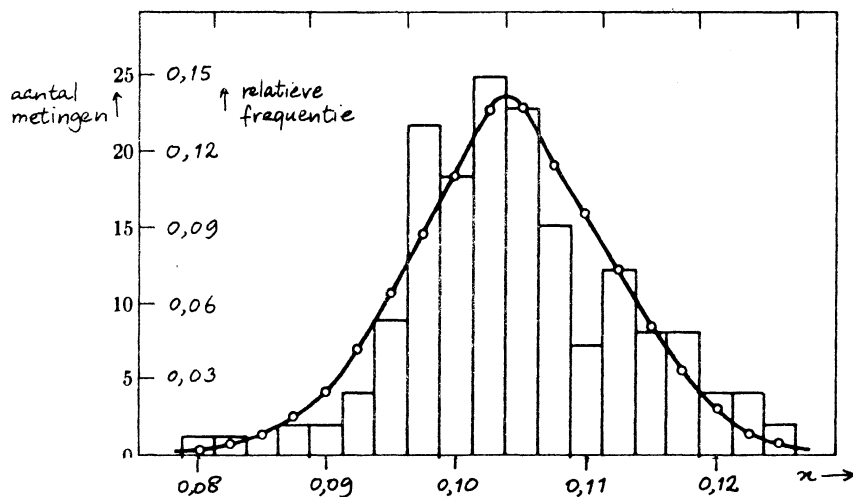


Fig. 1. Histogram van 162 metingen van een grootheid X (een wrijvingscoëfficiënt). $B = 2,5 \cdot 10^{-3}$.

Het op deze manier verkregen diagram wordt *histogram* genoemd. Het histogram wordt onder meer gebruikt om een eerste indruk te krijgen van gemiddelde, spreiding enzovoort van de meetresultaten.

Om een bruikbaar histogram te krijgen moet men zorgen dat de klassebreedte B klein is ten opzichte van de orde van grootte van de fluctuaties.

Het is natuurlijk zinloos om B kleiner te kiezen dan de resolutie Δ van het gebruikte meetinstrument!

Verderop in deze handleiding (M 1) komt het geschikt kiezen van de klassebreedte nog uitvoerig ter sprake.

Waarschijnlijkheidsdichtheid. Normale verdeling.

Maken we nu de klassebreedte B - en noodzakelijkerwijs tevens de resolutie Δ van het meetinstrument - steeds kleiner, en voeren we tegelijk het aantal metingen n op, dan gaat de "omhullende" van het histogram steeds meer lijken op een vloeiende kromme, die we wiskundig kunnen beschrijven als een functie p van x . Deze kromme kunnen we beschouwen als het theoretische grensgeval van het histogram voor $n \rightarrow \infty$ en $B \rightarrow 0$.

$p(x)$ kan zo geïnterpreteerd worden:

Het oppervlak van een smalle rechthoek op het interval tussen x en $x + \Delta x$ en met hoogte $p(x)$ is de limiet voor $n \rightarrow \infty$ van de relatieve frequentie van uitkomsten waarvan de grootte tussen x en $x + \Delta x$ ligt. Dit betekent dat het totale oppervlak onder de kromme 1 moet zijn:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(x) dx = 1.$$

Het product $p(x) \cdot \Delta x$ kunnen we ook beschouwen als de *kans* of *waarschijnlijkheid* dat het resultaat van een *enkele* meting van de *grootte* X tussen de grenzen x en $x + \Delta x$ ligt.

De kans dat zo'n resultaat ligt tussen de willekeurige grenzen a en b ($a < b$) is dan

$$\int_a^b p(x) dx,$$

dus in getalwaarde gelijk aan het oppervlak onder de kromme tussen a en b .

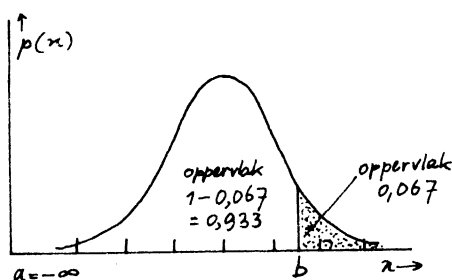


Fig. 2. De kans dat een meetresultaat $x < b$ wordt gevonden is 93,3 %.

We kunnen zeggen dat de kromme het histogram is van de denkbeeldige verzameling van alle mogelijke uitkomsten van één meting (met infinitesimale resolutie) van de *grootte* X . Zo'n verzameling noemt men een *ensemble* (ook wel populatie, universum, massa). Het hier beschouwde ensemble bevat oneindig veel elementen.

De functie $p(x)$ wordt de *waarschijnlijkheidsdichtheid* genoemd.

Nu blijkt, dat in heel veel gevallen de meetresultaten bij goede benadering wat men noemt *normaal* verdeeld zijn: dat wil zeggen dat de resultaten x beschouwd kunnen worden als elementen van een ensemble, waarvan de waarschijnlijkheidsdichtheid door de volgende, door Gauss afgeleide functie beschreven wordt:

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (\text{I})$$

$\exp(y)$ is een alternatieve schrijfwijze voor de exponentiële functie e^y (zie wiskundige inleiding).

De functie (I) wordt grafisch voorgesteld door een symmetrische, klokvormige kromme (fig. 3). We zien onmiddellijk dat deze vorm kwalitatief in overeenstemming is met de eigenschappen van de toevallige fluctuaties, genoemd in par. 1.3.

In (I) komen twee parameters voor: μ en σ . De eerste is de abscis (x -coördinaat) van de top van de kromme; σ is een maat voor de breedte van de kromme ($\mu-\sigma$ en $\mu+\sigma$ zijn de abscissen van de buigpunten) en bepaalt tevens de hoogte van de top, omdat steeds het totaal oppervlak onder de kromme (van $x=-\infty$ tot $x=+\infty$) gelijk is aan 1, onafhankelijk van μ en σ .

Op de betekenis van deze parameters komen we in de volgende paragrafen terug.

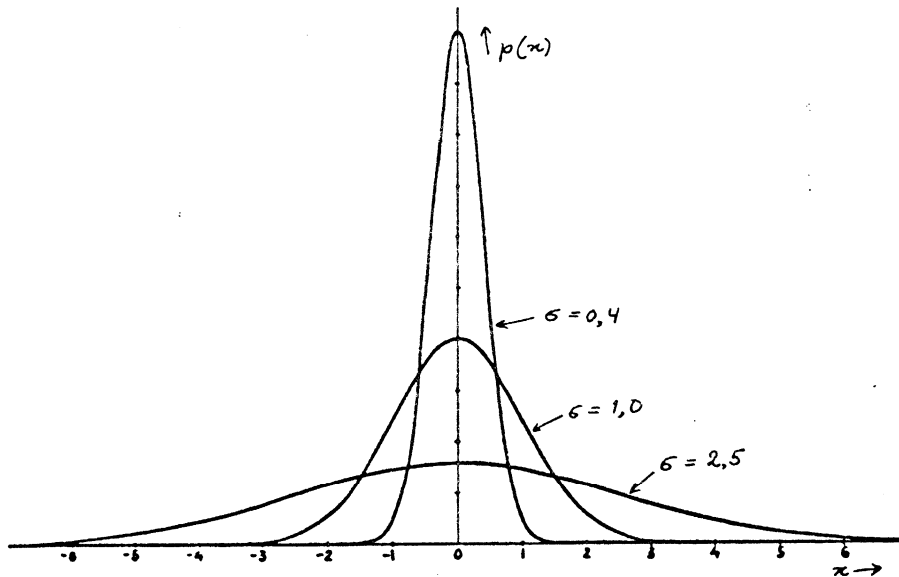


Fig.3. Normale-verdelingskrommen met $\mu = 0$.

3.4 Definitie en schatting van x_w .

We gaan nu na, welke informatie kan worden ontleend aan onze n meetresultaten -een *steekproef* uit het ensemble van mogelijke meetresultaten- met betrekking tot de ware grootte x_w van de gemeten grootte X .

We veronderstellen voorlopig dat systematische fouten afwezig zijn; later komen we hierop terug (par. 3.9).

Gezien de aard van de toevallige fluctuaties zullen we vermoeden dat de waarheid in het midden ligt, en dat de beste schatting van x_w dus het gemiddelde \bar{x} van de n meetresultaten is:

$$x_w \approx \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad i = 1, \dots, n. \quad (\text{II})$$

Dit vermoeden wordt door de theorie van de statistiek bevestigd.

Omdat geen van de metingen van X ooit controleerbaar de werkelijke waarde x_w oplevert, nemen we nu de belangrijke stap x_w te *definiëren* als de limiet voor $n \rightarrow \infty$ van \bar{x} , ofwel als het gemiddelde over het ensemble van mogelijke meetresultaten.

Het ensemblegemiddelde kan worden berekend uit

$$\int_{-\infty}^{+\infty} xp(x)dx$$

(zie [4] van de literatuurlijst in par. 6). Met de $p(x)$ van formule (I) is de uitkomst precies μ . Per definitie is dus de parameter μ gelijk aan x_w .

3.5 Schatting van de fout in één waarneming.

Het probleem is nu een schatting te maken van de mate waarin \bar{x} van de in de vorige paragraaf gedefinieerde x_w verschilt. Hiertoe zoeken we eerst een maat voor de te verwachten fout w bij het doen van één enkele waarneming, m.a.w. als we $n = 1$ nemen. We nemen voorlopig even aan, dat de parameters (x_w, σ) van het meetresultaten-ensemble bekend zijn.

In de eerste plaats merken we op, dat alle mogelijke afwijkingen (fouten) $e = x - x_w$ net als alle mogelijke meetresultaten x een ensemble vormen, dat allen w daarin van het oorspronkelijke ensemble verschilt, dat het gemiddelde 0 is, in plaats van x_w .

Dit ensemblegemiddelde is w natuurlijk geen maat voor de te verwachten fout. Wél zouden we daarvoor het gemiddelde van de absolute waarden van de afwijkingen kunnen nemen, of, wat om verschillende redenen handiger is, het gemiddelde van de *kwadraten*. Dit heet de *variantie* V_x van het ensemble:

$$V_x = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum (x_i - x_w)^2}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum e_i^2}{n} \quad (\text{III})$$

Meestal gebruiken we de positieve wortel $\sigma_x = \sqrt{V_x}$, die de dimensie van de gemeten grootte X heeft.

Deze σ_x is nu een door afspraak vastgestelde maat voor de orde van grootte van x de fluctuaties in -of de "spreiding" van- de meetresultaten, en wordt dan ook *standaardafwijking* of *standaarddeviatie* genoemd (afkorting s.d.).

De uitdrukking (III) voor de variantie luidt in termen van de waarschijnlijkheidsdichtheids-functie (zie [4]):

$$V_x = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - x_w)^2 p(x) dx. \quad (\text{IIIa})$$

Met de "normale" $p(x)$ van formule (I) -met $\mu = x_w$ - komt hieruit $V_x = \sigma^2$.

De parameter σ in (I) is dus gelijk aan de standaardafwijking van x het ensemble, die we hierboven (niet toevallig) σ_x genoemd hebben.

Aan de s.d. kan nu de volgende interpretatie gegeven worden:

De waarschijnlijkheid om een resultaat x te vinden tussen $x_w - \sigma_x$ en $x_w + \sigma_x$ is *bij een normale verdeling*

$$\int_{x_w - \sigma_x}^{x_w + \sigma_x} p(x) dx = 0,68.$$

Anders gezegd: de kans dat de fout (absoluut) kleiner is dan σ_x is 68 %.

Het berekenen van deze integraal is niet eenvoudig, maar de uitkomsten voor verschillende integratiegrenzen zijn in ieder boek over statistiek getabellerd. Zo kunnen we bijvoorbeeld vinden dat er een kans van 95 % is, dat de fout kleiner is dan $2\sigma_x$. Omgekeerd kunnen we vaststellen, dat de kans dat de fout *groter* is dan $3,5\sigma_x$ slechts 0,1 % bedraagt.

Het is wel duidelijk, dat de s.d. geen bovengrens van de mogelijke fouten is: theoretisch kunnen meetresultaten voorkomen die veel meer dan σ_x van de werkelijke waarde x_w verschillen, zij het met een heel kleine waarschijnlijkheid. In de praktijk is het optreden van zo grote afwijkingen vaak zelfs essentieel onmogelijk: denk bijv. aan metingen, die nooit een resultaat kleiner dan 0 kunnen opleveren.

Vinden we bij een meting een afwijking met een absolute waarde groter dan $3,5 \sigma_x$, dan hebben we reden om aan te nemen dat we een vergissing hebben gemaakt, of dat er bijv. tegen de apparatuur gestoten is: de kans op zo'n grote of grotere afwijking is immers slechts 0,1 %.

Wees echter voorzichtig met het afkeuren van waarnemingen, zolang x_w en σ_x nog slechts op grond van een gering aantal waarnemingen geschat zijn (zie 3.7).

3.6 Schatting van de fout in het gemiddelde van n waarnemingen.

Bekijk nu de som van n meetresultaten. Deze zal voor elke steekproef van n resultaten anders uitvallen, en is dus ook onderhevig aan statistische fluctuaties. Hoe groot is de standaarddeviatie van deze som?

We gaan uit van de volgende gegevens:

1. Elk meetresultaat is onafhankelijk van alle andere (volgens 1.3).

2. De variantie van de som van onafhankelijk fluctuerende grootheden is gelijk aan de som van de afzonderlijke varianties. (Dit volgt direct uit de wiskundige definitie van statistische onafhankelijkheid [4]).

In ons geval zijn de afzonderlijke varianties alle gelijk aan σ_x^2 ; de variantie van de som is dus $n\sigma_x^2$, en de s.d. van de som $\sigma_x \sqrt{n}$.

Hieruit volgt dat de s.d. van het gemiddelde \bar{x} van de n uitkomsten is

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{1}{n} \cdot \sigma_x \cdot \sqrt{n} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \quad (\text{IV})$$

Dit is nu de gezochte maat voor de fout in \bar{x} t.o.v. x_w .

We zien dat hij afneemt met de wortel uit het aantal n waarnemingen: door n op te voeren kunnen we dus *in principe* met elke gewenste nauwkeurigheid x_w benaderen (zie echter 3.9!).

Het blijkt dat voor vaste n ook de mogelijke waarden van \bar{x} een normaal ensemble vormen. Dit geldt zelfs als de waarden van x zelf niet normaal verdeeld zijn, mits n groot genoeg is. Het grote belang van de normale verdeling in dit verband, en in de statistiek in het algemeen, hangt nauw samen met deze eigenschap.

De parameters van het \bar{x} -ensemble zijn x_w en $\sigma_{\bar{x}}$, en aan de laatste kunnen we dezelfde waarschijnlijkheids-interpretatie geven als in 3.5 werd beschreven.

3.7 Schatting van σ_x en $\sigma_{\bar{x}}$

Wanneer we nu in de praktijk de standaardfout in onze schatting \bar{x} van x_w willen bepalen dienen we dus σ_x , de s.d. van het ensemble van mogelijke waarnemingsresultaten te kennen. Deze kunnen we echter op zijn beurt hoogstens weer *schatten*, omdat we maar een eindig aantal (n) elementen van het ensemble ter beschikking hebben: x_1, \dots, x_n .

Bovendien kennen we x_w niet, en dus ook niet de fouten $e_i = x_i - x_w$ ($i = 1, \dots, n$) die in de formule (III) voorkomen.

Wél kennen we de *schijnbare fouten* of *residuen* ϵ_i : $\epsilon_i = x_i - \bar{x}$.

De statistiek leert nu dat de beste schatting van σ_x op grond van deze gegevens de in (V) gedefinieerde grootheid s_x is:

$$\sigma_x \approx s_x = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum \epsilon_i^2}{n-1}} \quad (\text{V})$$

Vergelijk (V) met (III)! In de noemer staat hier $n-1$ omdat delen door n bij kleine n een onzuivere (nl. gemiddeld te kleine) schatting oplevert. s_x wordt vaak de *middelbare fout* in x genoemd.

Natuurlijk vertoont ook deze schatting weer statistische fluctuaties, net als de schatting \bar{x} van x_w . Voor $n = 10$ bijvoorbeeld is er een kans van 90 % dat σ_x ligt tussen 0,7 en 1,7 maal de gevonden s_x ; zie de opmerking aan het eind van par. 3.5!

Voor $n = 100$ zijn die grenzen $0,9 s_x$ en $1,1 s_x$; in het kader van de foutenberekening kunnen we deze spreiding in s_x wel verwaarlozen. (Gegevens over de niet-symmetrische verdeling van s_x staan in [3, par. 6-7]). De schatting van σ_x wordt ook beïnvloed door de grootte Δ van de resolutie. Dit speelt geen rol van belang als Δ kleiner dan ca. $0,3 \sigma_x$ is.

De beste schatting van σ_x is s_x , de middelbare fout in het gemiddelde:

$$\sigma_x \approx s_x = \frac{1}{\sqrt{n}} s_x = \sqrt{\frac{\sum \epsilon_i^2}{n(n-1)}} \quad . \quad (\text{VI})$$

3.8 Notatie van de intern geschatte fout.

In 3.5 en 3.7 hebben we gezien dat middelbare fout s_x (resp. s_x) de gebruikelijke maat is voor de te verwachten fout in een meetresultaat x (resp. \bar{x}). Als het ensemble, waartoe x (\bar{x}) behoort normaal is, wat meestal bij goede benadering opgaat (zeker voor \bar{x}), dan betekent dit, dat we 32 % kans hebben dat de fout in werkelijkheid groter is. Dit moeten we in gedachten houden als we noteren $x_w = x \pm s_x$, resp. $x_w = \bar{x} \pm s_x$. (Een betere notatie wordt besproken in par. 5).

In sommige publicaties wordt i.p.v. de middelbare of standaard-fout opgegeven: de "waarschijnlijke" fout $0,67 s$ of de "gemiddelde" fout $0,80 s$ (de getallen gelden voor een normale verdeling; zie [1]).

We zien dat het nodig is naast de getalwaarde van de foutschatting óók de betekenis ervan te specificeren.

Zoals gezegd geven we liefst de standaardfout op. Een uitzondering op deze afspraak vormt het geval, dat een intern geschatte fout gecombineerd of vergeleken moet worden met een fout waarvan alleen de grenzen bekend zijn, zoals bij externe schattingen meestal het geval is. In plaats van s nemen we dan bijv. $3,5 s$: de overschrijdingskans is dan $0,1 \%$, zodat we praktisch van een foutgrens kunnen spreken.

3.9 Invloed van een systematische fout.

In het voorgaande hebben we steeds verondersteld dat in het meetresultaat x geen systematische fout aanwezig was. Is dit wél het geval, dan zijn de gevonden x_i ($i = 1, \dots, n$) en het gemiddelde \bar{x} geen schattingen van x_w , maar van $x_w + A$, waarin A de systematische fout is.

Soms kunnen aanwezigheid en grootte-orde van A onderkend worden door een externe analyse van het experiment; soms alleen door de uitkomsten te vergelijken met die van een meting van X volgens een essentieel andere methode.

Heel langzame statistische fluctuaties (langzaam t.o.v. de duur van het doen van de n waarnemingen) kunnen maken dat het meetresultaat niet binnen de geschatte foutgrenzen reproduceerbaar is. Dit verschijnsel kan ook geïnterpreteerd worden als een tijdsafhankelijke systematische fout $A(t)$. Dit is een illustratie van het feit, dat het onderscheid tussen toevallige en systematische fouten niet altijd even duidelijk is.

4 DE FOUT IN EEN INDIRECT MEETRESULTAAT

4.1 Het komt heel vaak voor dat de meetwaarde x van de grootte X waarin we geïnteresseerd zijn *indirect* gevonden wordt, nl. als functie ϕ van de meetresultaten a, b, c, \dots van één of meer grootheden A, B, C, \dots die voor directe meting toegankelijk zijn. Deze functie wordt bepaald door het fysisch-mathematische *model* dat aan ons experiment ten grondslag ligt.

Voorbeeld 1. De dichtheid X van een metaal kan worden gevonden door meting van de massa A en de afmetingen B, C en D van een rechthoekig blokje. Aannemend dat dit blokje bij voldoende benadering is op te vatten als zuiver rechthoekig en homogeen (het model) vinden we

$$X = \phi(A, B, C, D) = A/BCD.$$

De ware grootte x_w van de dichtheid vinden we nu door voor A, B, C en D de ware grootten a_w, \dots, d_w te substitueren (gesteld dat we die zouden kennen). In werkelijkheid vinden we

$$x = \phi(a, b, c, d) = a/bcd$$

waarin a, \dots, d (de resultaten van de directe meting van massa en afmetingen) kleine afwijkingen e_a, \dots, e_d ten opzichte van a_w, \dots, d_w bevatten. In dit hoofdstuk gaan we na hoe deze doorwerken in de fout e_x van x ten opzichte van x_w .

Voorbeeld 2. Het volume X van een fietskogeltje met diameter A volgt uit $X = \pi A^3/6$. In dit geval is X dus een functie van slechts één direct te meten grootte. Ook hierop zijn de methoden van dit hoofdstuk van toepassing.

4.2 Het is niet moeilijk na te gaan wat het verband is tussen de *werkelijke*, en dus niet bekende fouten in a, b, \dots enerzijds en x anderzijds. Deze betrekking hebben we nodig om straks een *schatting* te kunnen maken van de in x te verwachten fout, gegeven de schattingen van de fouten in a, b, \dots

We bekijken eerst het geval van voorbeeld 2: $X = \phi(A)$. Welke invloed heeft een *kleine* verandering van A op X ? (In het volgende gaan we er weer steeds van uit dat de relatieve fouten $\ll 1$ zijn, vgl. 1.2.)

De differentiaalrekening leert dat "in eerste benadering" geldt:

$$e_x \approx \frac{d\phi}{dA} \cdot e_a$$

Met de ϕ van voorbeeld 2 wordt dit, als we voor A a_w substitueren:

$$e_x \approx (\pi a_w^2/2) \cdot e_a.$$

Deze formule is nog te vereenvoudigen door het verband tussen de *relatieve* afwijkingen op te schrijven: daartoe delen we links en rechts door x_w , resp. $\pi a_w^3/6$ en vinden

$$f_x \approx 3 f_a.$$

Dus als de meting van de diameter 1% te groot uitvalt, is het daaruit berekende volume 3% te groot.

Vervolgens beschouwen we het algemene geval dat $X = \phi(A, B, C, \dots)$. De invloed van een fout e_a op X vinden we weer door ϕ te differentiëren naar A , waarbij we B, C, \dots "vasthouden", d.w.z. als constante beschouwen. Daarna passen we dezelfde procedure (*partiël differentiëren*) toe om het effect van e_b, e_c enzovoort te bepalen.

Voorbeeld: als $X = \phi(A, B) = A - B^2$, dan is

$$e_x \text{ (t.g.v. } e_a) \approx \frac{\partial \phi}{\partial A} \cdot e_a, \quad e_x \text{ (t.g.v. } e_b) \approx \frac{\partial \phi}{\partial B} \cdot e_b.$$

De δ 's worden gebruikt om te laten zien dat hier sprake is van partiëel differentiëren.

Rekenen we nu de beide partiële afgeleiden uit voor $A = a_w$, $B = b_w$, dan vinden we voor dit voorbeeld de volgende *partiële fouten* in x :

$$e_{xa} = e_a \quad ; \quad e_{xb} = -2b_w \cdot e_b \quad .$$

In het algemeen vinden we de partiële fouten uit

$$e_{xa} = e_a \cdot \left(\frac{\partial \varphi}{\partial A} \right)_{A=a_w, B=b_w, C=c_w, \dots} \quad (I)$$

en de analoge formules voor e_{xb} , e_{xc} , enzovoort.

In het volgende schrijven we ter afkorting

$$e_{xa} = \alpha \cdot e_a, \quad e_{xb} = \beta \cdot e_b, \quad \text{enzovoort.}$$

De *totale* fout in x is nu

$$e_x = e_{xa} + e_{xb} + e_{xc} + \dots \quad (II)$$

Nog enkele voorbeelden:

$$X = A \pm B \quad : \quad \alpha = 1, \beta = \pm 1, \text{ zodat } e_x = e_a \pm e_b$$

$$X = AB \quad : \quad \alpha = b_w, \beta = a_w, \text{ dus } e_x = b_w \cdot e_a + a_w \cdot e_b;$$

$$\text{delen door } x_w = a_w b_w \text{ geeft dan } f_x = f_a + f_b$$

$$X = A/B \quad : \quad \alpha = 1/b_w, \beta = -a_w/b_w^2. \text{ Nu is } f_x = f_a - f_b$$

$$X = \sin(A) \quad : \quad \alpha = \cos(a_w) \text{ zodat } e_x = e_a \cdot \cos(a_w).$$

Opmerking: behalve in het laatste geval ($X = \sin A$) kunnen e_x en f_x ook worden gevonden door rechtstreekse toepassing van de definities in par. 1.2, als termen van kwadratische en hogere orde in e_a, e_b verwaarloosd worden: dit is gerechtvaardigd door de aanname dat alle fouten relatief klein zijn.

Tot nu toe zijn alleen de *werkelijke fouten* aan de orde gekomen.

Zoals ook al in par.1.2 is opgemerkt, beschikken we in de praktijk alleen over *schattingen* van de fouten in de meetresultaten.

Uitgaande van wat we in deze paragraaf hebben afgeleid over de invloed van de werkelijke fouten op het eindresultaat, zullen we in de volgende paragraaf zien hoe de foutschattingen van de meetresultaten gecombineerd moeten worden tot een schatting van de fout in het eindresultaat.

4.3 *Combinatie van foutgrenzen: de grootst mogelijke fout.*

Stel dat $X = \phi(A, B)$, en dat van de werkelijke fouten e_a en e_b de grootst mogelijke absolute waarden (de foutgrenzen) E_a en E_b bekend zijn: dus $|e_a| \leq E_a$, $|e_b| \leq E_b$.

De grootst mogelijke fout E_x is dan zo te berekenen:

$$\begin{aligned} |e_{xa}| &= |\alpha \cdot e_a| = |\alpha| \cdot |e_a| \leq |\alpha| \cdot E_a, \text{ dus } E_{xa} = |\alpha| \cdot E_a; \text{ verder is} \\ |e_x| &= |e_{xa} + e_{xb}| \leq |e_{xa}| + |e_{xb}|, \text{ zodat} \\ E_x &= E_{xa} + E_{xb} = |\alpha| \cdot E_a + |\beta| \cdot E_b \end{aligned} \quad (\text{III})$$

Een moeilijkheid is, dat in veel gevallen (zie de voorbeelden in 4.2) α en β afhankelijk zijn van de werkelijke - en dus onbekende- waarden a en b . De oplossing is: bereken α en β voor $A=a$, $B=b$ in plaats van $A=a_w$, $B=b_w$. Zolang alle afwijkingen relatief klein zijn heeft dit geen invloed van betekenis op onze schattingen.

Zo vinden we in de volgende veel voorkomende gevallen:

$$\begin{aligned} X = A \pm B & & : E_x &= E_a + E_b \\ X = A \cdot B \text{ of } X = A/B & & : F_x &= F_a + F_b \\ X = k \cdot A \text{ (k = constante)} & & : E_x &= |k| \cdot E_a \text{ en } F_x = F_a \\ X = A^n & & : F_x &= |n| \cdot F_a \end{aligned} \quad (\text{IV})$$

Als e_a en e_b onafhankelijk van elkaar iedere waarde binnen de door E_a en E_b gestelde grenzen kunnen hebben, zijn de uit (III) afgeleide foutgrenzen E_x correct. Maar de kans dat de partiële fouten e_{xa} en e_{xb} hetzelfde teken hebben én beide maximaal zijn is niet erg groot; deze kans wordt snel nog kleiner naarmate meer grootheden C, D, \dots een bijdrage e_{xc}, e_{xd}, \dots van ongeveer gelijke orde van grootte aan de fout e_x in de uitkomst x kunnen leveren (vgl. par. 3.1!). Een meer realistische schatting S_x van de in x te verwachten fout vinden we door *kwadratische* optelling van E_{xa} en E_{xb} :

$$S_x^2 = E_{xa}^2 + E_{xb}^2 = \alpha^2 E_a^2 + \beta^2 E_b^2 \quad (\text{V})$$

De achtergrond van deze methode vinden we in de statistiek. We wijzen hier slechts op de overeenkomst met het in par. 3.6 behandelde.

Ga na dat $S_x < E_x$.

In het volgende wordt S_x de *waarschijnlijke* fout in x genoemd. In plaats van de eerste twee regels van (IV) vinden we nu

$$\begin{aligned} X = A \pm B & & : S_x &= \sqrt{E_a^2 + E_b^2} \\ X = A \cdot B \text{ of } X = A/B & & : S_x/a \cdot b &= \sqrt{F_a^2 + F_b^2} \text{ resp. } S_x/(a/b) = \sqrt{F_a^2 + F_b^2} \end{aligned} \quad (\text{VI})$$

4.4 *Combinatie van standaardafwijkingen.*

Stel weer dat $X = \phi(A, B)$, en dat a en b de resultaten zijn van interne analyse (zie hoofdstuk 3) van reeksen waarnemingen van de grootheden A en B . De mogelijke fouten in a en b worden dan gegeven als de (geschatte) standaardafwijkingen s_a en s_b . We beschouwen alleen het geval dat de fouten in a en b onafhankelijk van elkaar zijn.

De schattingen van de partiële fouten in x hebben ook het karakter van standaardafwijkingen:

$$\begin{aligned} s_{xa} &= |\alpha| \cdot s_a \text{ en } s_{xb} = |\beta| \cdot s_b, \text{ en volgens par. 3.6 is} \\ s_x^2 &= s_{xa}^2 + s_{xb}^2. \end{aligned}$$

α en β hebben dezelfde betekenis als in 4.2.

Dezelfde regels gelden voor het combineren van *waarschijnlijke* fouten.

5 NOTATIE VAN NUMERIEKE MEETRESULTATEN.

- 5.1 Het is handig en overzichtelijk het getal, dat het resultaat van een meting in de afgesproken eenheden geeft, te noteren met een "drijvende komma" (floating point). Het getal wordt dan geschreven in de vorm $a \cdot 10^n$, waarin a ligt tussen 1 en 10, en n een positief of negatief geheel getal is. In een meetrapport kunnen we bijv. de volgende getallen tegenkomen:

$$9,95765 \cdot 10^3 = 9957,65$$

$$1,0035 \cdot 10^{-5} = 0,000010035$$

$$5,200 \cdot 10^1 = 52,00$$

Deze getallen hebben -als de waarnemer zijn resultaten correct genoteerd heeft- resp. 6, 5 en 4 *zinnvolle* of *significante* cijfers.

N.B.: 5,200 is niet hetzelfde als 5,2!

Het aantal cijfers van het meetresultaat dat te verantwoorden (significant) is, wordt bepaald door de meetnauwkeurigheid en moet dus in overeenstemming zijn met de opgegeven mogelijke fout.

Zo moet $3,5796 \pm 0,2$ worden afgerond (zie onder) tot $3,6 \pm 0,2$;

$4,6 \pm 0,0005$ is zinloos, waarschijnlijk is hier bedoeld $4,6000 \pm 0,0005$.

Ook zonder dat de mogelijke fout expliciet wordt opgegeven behoort dus het aantal cijfers van een eindresultaat een eerste indruk van de nauwkeurigheid te geven.

- 5.2 Bij meetresultaten wordt i.h.a. de mogelijke *absolute* fout opgegeven. Daarbij moet vermeld worden wat het als mogelijke fout genoemde getal precies voorstelt: de grootst mogelijke fout (2.2), de standaardfout (3.8), de waarschijnlijke fout (4.3) of een andere goed gedefinieerde maat voor de schatting van de fout.

Een numeriek resultaat ziet er dan zo uit:

$$(2,5437 \pm 0,0015) \times 10^6$$

Merk op dat links en rechts van \pm evenveel decimalen vermeld zijn!

Men dient zich steeds goed rekenschap te geven van de betekenis van deze notatie. De door het gebruik van \pm gesuggereerde verkeerde interpretatie van deze schrijfwijze wordt vermeden bij de volgende, in de recente literatuur gangbare notatie, die bovendien het voordeel heeft compacter te zijn dan de bovenstaande:

$$2,5437(15) \times 10^6$$

Een resultaat kan pas zo geschreven worden als het afrondingsproces (zie onder) voltooid is. In deze inleiding worden de mogelijke fouten meestal met abstracte symbolen (E, s, S, enz.) aangegeven: daarom hebben we steeds de \pm notatie gebruikt.

Soms is het nodig de mogelijke *relatieve* fout in het meetresultaat op te geven. Dit doen we steeds in de vorm van een percentage:

$$2,5437 \cdot 10^6 \pm 0,06 \%$$

5.3 *Afronding.*

Van het getal dat de schatting van de absolute fout geeft, zullen in de regel slechts een, hoogstens twee cijfers zinvol zijn. De berekende waarde van de mogelijke fout moet dus meestal worden afgerond.

De meetresultaten zelf worden zo afgerond, dat het aantal decimalen (in drijvende-komma-notatie) in overeenstemming is met dat van de afgeronde foutschatting. Het laatste cijfer dat blijft staan noemen we het *minst* *significante* cijfer.

Voorbeelden:

$3,5396 \pm 0,237$. Eerst de foutschatting afronden: $3,5396 \pm 0,24$. Dit wordt
 $3,54 \pm 0,24$ of $3,54(24)$.

$(7,1399 \pm 0,082) \cdot 10^{-7}$ wordt $(7,14 \pm 0,08) \cdot 10^{-7}$ of $7,14(8) \cdot 10^{-7}$

We beginnen dus de "staart" van de uitkomst zover te schrappen, dat het eerste *niet*-significante cijfer blijft staan. Vervolgens wordt aan de hand van dit cijfer bepaald hoe na afronding het minst significante cijfer er uit zal zien.

Als het eerste niet-significante cijfer een 5 is, wordt zo afgerond dat het minst significante cijfer even wordt.

Voorbeelden:

$3,4538 \pm 0,6$. Staart schrappen: $3,45 \pm 0,6$. Afronden: $3,4(6)$. Maar:

$3,5538 \pm 0,6$ geeft via $3,55 \pm 0,6$ na afronden $3,6(6)$.

N.B.: Rond bij berekeningen de *tussenresultaten* niet af (mits het aantal mee te nemen cijfers binnen redelijke grenzen blijft) om het risico van accumulatie van afrondingsfouten te vermijden.

6 GRAFISCHE VOORSTELLINGEN.

6.1 In de natuurkunde wordt bij de beschouwing en analyse van een serie meetresultaten vaak gebruik gemaakt van grafieken. Vooral wanneer het verband tussen twee grootheden onderzocht wordt is de grafiek een belangrijk visueel hulpmiddel.

Door tijdens het experimenteren de resultaten op grafiekenpapier uit te zetten hebben we een belangrijk hulpmiddel bij de keuze van verdere meetpunten en bij de controle op grove vergissingen bij het aflezen.

Als er sprake is van twee variabele grootheden X en Y , dan kunnen de combinaties x, y van de meetresultaten in een tweedimensionaal coördinatenstelsel worden uitgezet. Zijn er drie variabelen X, Y, Z , dan nemen we één daarvan (zeg Z) als *parameter*; dat wil zeggen dat we voor een reeks vaste waarden van z de uitkomsten x en y tegen elkaar uitzetten.

Voorbeeld: voor een bepaalde transistor wordt i_C uitgezet als functie van V_{CE} bij verschillende waarden van i_B . Op die manier ontstaat een *schaar* karakteristieken van die transistor (zie de EL-handleiding).

5.2 Vaak verwachten we op grond van een eerder gevormde theorie een bepaalde wiskundige vorm van het verband tussen X en Y . Zo zou vermoed kunnen worden dat Y een lineaire functie is van X : $Y = pX + q$.

Als dit vermoeden juist is zullen in principe alle meetpunten (x, y) op een rechte liggen. Omdat echter zowel x als y met fouten behept zijn is dit in werkelijkheid nooit het geval. Het is nu de kunst door de gegeven punten (x, y) op zo'n manier een rechte lijn te trekken, dat de kans het grootst is dat de werkelijke waarden (x_w, y_w) er op liggen.

Is deze "beste" rechte lijn eenmaal getrokken, dan kunnen we uit de helling en de doorsnijding met de Y -as de waarden van p en q berekenen.

Aan de spreiding van de punten (x, y) om deze lijn kunnen we beoordelen in hoeverre onze theorie geschikt was om de meetresultaten te verklaren.

Omgekeerd is het mogelijk, aannemend dat de theorie juist is, uit de spreiding een indruk te krijgen van de grootte van de waarnemingsfouten, waarvan we zo dus een *interne* schatting maken.

5.3 De nauwkeurigste grafische bepaling van p en q krijgen we als de eenheden langs de assen zo gekozen worden, dat de uiteindelijk te trekken rechte lijn een helling van ongeveer 45 graden heeft.

Om elk meetpunt (x, y) wordt met een rechthoekje een maat voor de extern geschatte mogelijke fouten in x en y aangegeven.

Hiervoor nemen we de extern geschatte foutengrenzen (F , paragraaf 2.2) of, als elk meetpunt het resultaat is van middelen van een aantal waarnemingen, bijv. 3,5 x de intern geschatte standaard-afwijkingen (F , paragraaf 3.7).

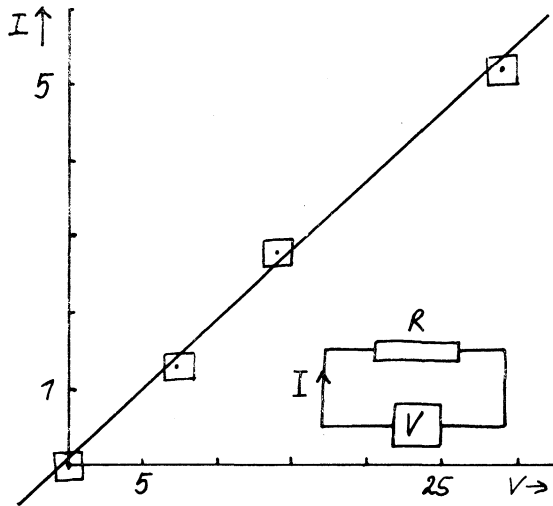
Van de beste te trekken lijn mag nu minstens verwacht worden dat hij elk van deze rechthoekjes snijdt, *mits* de "lineaire" theorie een adequate beschrijving van het verschijnsel is, en de aangegeven foutengrenzen correct zijn. Hiervan uitgaande is het vaak mogelijk op het oog m.b.v. een transparante lineaal een rechte lijn te tekenen, waaraan we met redelijke nauwkeurigheid p en q kunnen bepalen.

Op de volgende bladzij hebben we een aantal metingen van de stroomsterkte I in een elektrisch circuit uitgezet als functie van de spanning V .

De theorie (wet van Ohm) voorspelt dat $I = (1/R).V$.

Door de meetpunten hebben we op het oog de beste rechte lijn getrokken.

Merk op dat die niet precies door de oorsprong gaat! Kunt U daar een verklaring voor vinden?



Meetresultaten:

V (V)	I (mA)
0 ± 1	$0,0 \pm 0,2$
7 ± 1	$1,3 \pm 0,2$
14 ± 1	$2,8 \pm 0,2$
29 ± 1	$5,2 \pm 0,2$

- 6.4 Ook in die gevallen, waarin er geen lineair verband vermoed wordt tussen twee gemeten grootheden, is het vaak mogelijk door een geschikte keus van de aseenheden de resultaten zo uit te zetten, dat er een rechte lijn door getrokken kan worden.

Voorbeelden:

De afgelegde weg bij een vrije val met beginsnelheid 0 op $t=0$, wordt beschreven door $s(t) = gt^2/2$.

Door nu op de verticale as de afgelegde weg s uit te zetten, en op de horizontale as t^2 i.p.v. t , krijgen we een rechte met helling $g/2$.

De stralingsintensiteit r van een radioactief preparaat neemt in de tijd af volgens een e-macht met vervalconstante λ :

$$r(t) = r(0) \cdot e^{-\lambda t}.$$

Er bestaat dus een lineair verband tussen de logaritme van r en t .

Zetten we $r(t)$ op een logaritmische schaal uit, dan krijgen we weer een rechte lijn. Uit de helling van die lijn kunnen we dan de vervalconstante λ berekenen.

Omdat een exponentieel verband tussen twee grootheden vaak voorkomt, is er speciaal logaritmisch grafiekenpapier in de handel, waardoor het uitzetten van de meetpunten en het berekenen van diverse grootheden eenvoudig wordt.

- 6.5 Soms bestaat er (nog) niet of nauwelijks een wiskundig model, of het is voor ons doel niet interessant. Denk bijv. aan de karakteristieken van transistoren. In die gevallen is het geoorloofd om, na het verzamelen van voldoende meetpunten, een *vloeiende* lijn op het gezicht zo goed mogelijk door en langs deze punten te trekken (een recept is: zorg dat aan weerszijden van de kromme evenveel punten komen te liggen). Het doel van zo'n lijn is het interpoleren tussen de gemeten punten te vergemakkelijken, en om een overzichtelijk beeld te geven van het gedrag van het systeem in kwestie.

- 6 De grafische methode voor het vinden van p en q (zie 1.1) heeft verschillende bezwaren:
1. Het is niet duidelijk volgens welk criterium een bepaalde rechte lijn als de "beste" moet worden beschouwd: het is daarom niet mogelijk om ondubbelzinnig zo'n lijn te trekken door de collectie meetpunten.
 2. Het is niet mogelijk een schatting te maken van de nauwkeurigheid van de op deze manier gevonden p en q .
- Er bestaan nu verschillende *reken*methoden voor het bepalen van p , q en de mogelijke fouten in p en q , die meestal gebaseerd zijn op het "kleinste-kwadraten"-criterium.
- Meer over dit onderwerp (ook verdere literatuurverwijzing) is te vinden in Cook & Rabinowicz (Exp-Coo-1) en in Lyon Exp-Lyo-1).


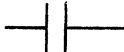
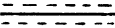
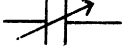

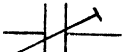




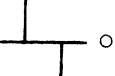








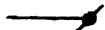
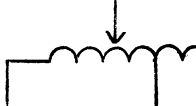
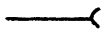
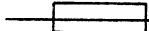







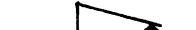
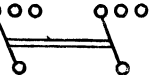

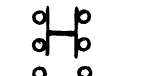








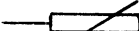


7 LITTERATUUR

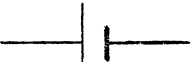
- [1] Cook & Rabinowicz, Physical Measurement and Analysis (Exp-Coo-1)
- [2] Lyon, Dealing with Data (Exp-Lyo-1)
- [3] Dixon & Massey, Introduction to Statistical Analysis (WS-Dix-1)
- [4] Cramèr, Elements of Probability Theory (WS-Cra-1)
- [5] Squires, Fysisch experimenteren (Exp-Squ-2, Aula pocket 480)

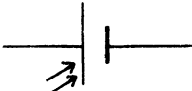
Dit is een keus uit de boeken over de in dit hoofdstuk behandelde onderwerpen, die in onze bibliotheek aanwezig zijn.

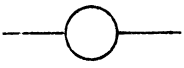
In [1] en [5] zijn naast de hoofdstukken over foutenanalyse ook veel andere praktische gegevens over de experimenteertechniek te vinden. [2] is uitsluitend gewijd aan foutenberekening en toegepaste statistiek.

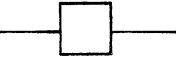
[3] en [4] handelen speciaal over statistiek; in [3] wordt dit onderwerp van de praktische kant benaderd, [4] heeft een meer mathematische inslag.

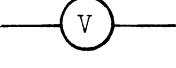
	leiding		condensator
	afgeschermd leiding		regelbare condensator
	coaxiale leiding		instelbare condensator
	niet verbonden geleiders		elektrolytische condensator ( is positief t.o.v. )
 of 	wel verbonden geleiders		spoel
	aardcontact		spoel met ferromagnetische kern
	hulpaarde (chassis, massa)		spoel met kern van slechtgeleidend materiaal
	meetpunt		transformator met ferromagnetische kern
	aansluitklem		regelbare transformator ("variac")
	contactbus		stroomveiligheid (zekering)
	contactpen (stekker)		thermo-element
	antenne		relais-spoel
	aan/uit schakelaar		maakcontact
	enkelpolige omschakelaar		verbreekcontact
	dubbelpolige drie-standen omschakelaar		wisselcontact
	schuifschakelaar		
	weerstand		gelijkspanning/stroom (D.C.)
	regelbare weerstand		wisselspanning/stroom (A.C.)
	instelbare weerstand		zaagtandspanning
	regelbare spanningsdeler (potentiometer)		blokspanning
	weerstand beïnvloed door fysische grootheid (temperatuur)		pulsspanning
	lichtgevoelige weerstand		

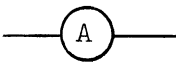
 accu (lange streep duidt pos. pool aan)

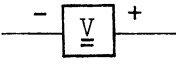
 spanningsbron t.g.v. licht (sperlaagcel)

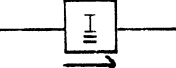
 symbool voor aanwijzend meetinstrument of roterende generator; te gebruiken met inschrift.

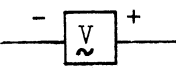
 symbool voor registrerend meetinstrument of niet roterende generator; te gebruiken met inschrift

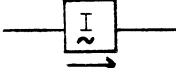
 spanningsmeter (aanwijzend)

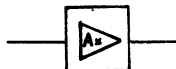
 stroommeter (aanwijzend)

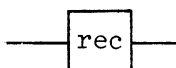
 gelijkspanningsbron (+ en - als polariteit)

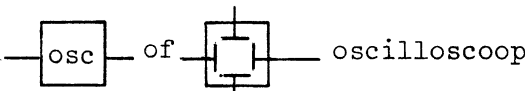

 gelijkstroombron (→ als stroomrichting)

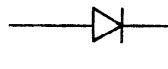
 wisselspanningsbron (+ en - als rekenrichting)

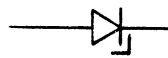
 wisselstroombron (→ als rekenrichting)

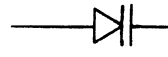
 versterker

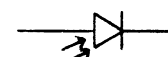
 recorder

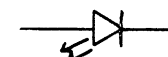
 osc of  oscilloscoop

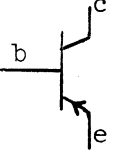
 halfgeleiderdiode (de punt geeft de doorlaatrichting aan)

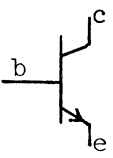
 zenerdiode

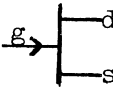
 capaciteitsdiode

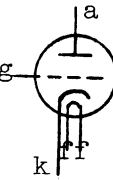
 lichtgevoelige diode


 licht emitterende diode

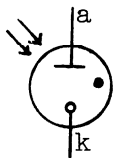
 pnp transistor
b=basis
c=collector
e=emitter

 npn transistor
b=basis
c=collector
e=emitter

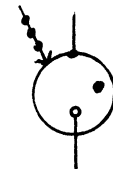
 veldeffect transistor (n-typ)
g=gate
d=drain
s=source


 electronenbuis (triode)
g=rooster
a=anode
k=indirect verhitte kathode
ff=gloeidraad

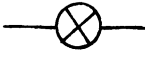
 stabilisatiebuis met gasvulling
a=anode
k=koude kathode
•=gasvulling

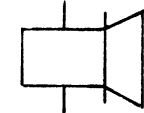
 fotocel

 neonbuis

 geiger-müller teller

 lamp

 signaallamp

 luidspreker

 teller, numerator

ELECTRICITEIT EN ELECTRONICA

INLEIDING

- doel- Na beëindiging van het electriciteit en electronica praktikum zult U met
stelling behulp van universeelmeters en oscilloscopen metingen kunnen uitvoeren
en de verkregen resultaten kunnen verwerken en interpreteren. U zult het
gedrag van eenvoudige schakelingen kunnen beschrijven met begrippen als
complexe impedantie en doorlaatfunctie.
Verder zult U eenvoudige schakelingen met transistors zelf kunnen ont-
werpen, bouwen en doormeten.
- methode De hierna volgende handleiding is uitgevoerd als werkboek.
U dient de hierin voorkomende opdrachten bij de voorbereiding
van het praktikum, uit te voeren, tenzij ze zijn voorzien van een *.
De resultaten van de metingen dient U tijdens de praktikummiddag op
overzichtelijke wijze direkt op de bijgevoegde waarnemingenbladen te
noteren. Wanneer U dit doet zoals in het voorbeeld van een meetrapport
op blz. I-6 en 7 is gedaan, hebt U meteen Uw meetrapport klaar op de
uitwerking na. Dit scheelt U zeer veel tijd.

1 EENVOUDIGE METINGEN MET GELIJKSPANNING

1.0 DOELSTELLING

doel- Wanneer U dit hoofdstuk hebt doorgewerkt, bent U in staat met behulp van
stelling een universeelmeter in een elektrische schakeling gelijkstroom en gelijk-
spanning te meten en kunt U het zgn. ohm-bereik gebruiken voor het meten
van de weerstandswaarde van een weerstand.
Verder kunt U een getekende schakeling omzetten in een "echte" schakeling
(een schakeling bouwen) en ook zelf een schakeling tekenen en opbouwen.
Als voorkennis wordt verondersteld:
Uit de electriciteitsleer:
de begrippen stroom, spanning, potentiaal, weerstand, vermogen, serie-
schakeling en parallelschakeling en de wet van Ohm.
Uit de foutenberekening:
de begrippen absolute en relatieve fout, tolerantie alsmede de wijze
waarop met deze gerekend wordt.
Ook wordt van U verwacht, dat U een opgegeven boek in de bibliotheek
kunt vinden (zie pag. I-4).

Opmerking: We beschouwen in dit hoofdstuk de meter als ideaal, d.w.z.
de meting met de meter beïnvloedt de te meten grootheden niet.

1.1 SPANNING- en STROOMMETERS

univer- De meters welke wij zullen gebruiken heten universeelmeters of ook wel
seel- multimeters. Met deze meters kunnen gelijkspanning en -stroom, wissel-
meters spanning en vaak ook wisselstroom gemeten worden.

defini- *Een gelijkspanning (-stroom) is een spanning (-stroom) waarvan de groot-
tie te in de tijd konstant is.*

Wij interesseren ons op het ogenblik alleen voor de gelijkspanning- resp.
gelijkstroombereiken. De notatie d.c. op sommige meetinstrumenten bete-
kent direct current (gelijkstroom, maar ook gelijkspanning; symbool: =),
a.c. betekent alternating current (wisselstroom, maar ook wisselspanning;
symbool: ~).

meetbe- Voor elke grootheid kan een keuze gemaakt worden uit meerdere meetbe-
reik reiken, b.v. 0-1 V; 0-2,5 V; 0-5 V.

nauw- Net zo min als van andere meetinstrumenten mogen we van een universeel-
keurig- meter verwachten, dat hij exact de werkelijke grootte van de gemeten
heid grootheid aangeeft. Bij een universeelmeter hebben we onder meer te
maken met onnauwkeurigheden ten gevolge van ijkingsfouten en afleesfou-
ten (zie blz. F-5).

De fabrikant geeft meestal de maximaal te verwachten afwijking ten ge-
volge van ijkingsfouten aan als een percentage van de "volle schaal".

voor- Een meter met een opgegeven nauwkeurigheid van 3% staat ingeschakeld
beeld op het 10-V meetbereik en wijst een spanning aan van 4,0 V. De mogelijke
fout in het meetresultaat is dus 0,3 V. De waarde van de spanning ligt
binnen het interval $(4,0 \pm 0,3) \text{ V} = 4,0 \text{ V} \pm 7\%$. De relatieve mogelijke
fout wordt dus groter bij kleinere uitslag (zie ook het hoofdstuk over
foutenberekening).

opdracht Ga na, dat de meetnauwkeurigheid het grootst is als we het kleinste
meet- meetbereik kiezen, waar de te meten spanning nog binnen valt.

nauwkeu- Universeelmeters bestaan zowel in *analoge* als in *digitale* uitvoering.
righeid We spreken van een analoge meter wanneer het instrument zodanig is
analoge uitgevoerd, dat de waarde van de te meten fysische grootheid wordt af-
meters gelezen m.b.v. de stand van een wijzer op een schaalverdeling.

De afleesnauwkeurigheid is hierbij afhankelijk van de grofheid van de schaalverdeling en van de ervaring van de waarnemer. Om de waarnemer te helpen is achter de wijzer vaak een spiegel aangebracht (waarom?).

gitale
ters Bij een digitale meter kan de waarde van de te meten grootte direct als getal van de meter worden afgelezen. Een onnauwkeurigheid in de aflezing is bij een dergelijke meter dus niet aanwezig. Wel bestaat er een onzekerheid in het gemeten resultaat doordat de meter slechts discrete waarden aan kan geven. Hierdoor wordt een mogelijke fout geïntroduceerd van één eenheid in de laatste decimaal van het aangegeven getal (zie blz. F-5). Door zijn nauwkeurige aflezing wekt een digitale meter vaak de indruk nauwkeuriger te zijn dan een analoge meter. We moeten echter bedenken dat de onzekerheid in de gemeten waarde best groter kan zijn dan één eenheid in de laatste decimaal, tengevolge van niet-lineariteit van de meter over het gebruikte meetgebied en het langzaam verlopen in de tijd van de gevoeligheid van de meter. (Dit zijn net als bij analoge meters, de belangrijkste oorzaken van onnauwkeurigheid).

2 SPANNINGSBRON

cu Als spanningsbron zullen wij een accu gebruiken, welke een spanning geeft van ongeveer 1,2 - 1,3 V per cel, afhankelijk van de ladingstoestand. Bij de accu's is een maximale stroomsterkte opgegeven. De accu kan wel grotere stromen leveren, maar wordt dan ernstig beschadigd. Dit geldt in het algemeen bij het overschrijden van de bij de apparatuur opgegeven maxima.

iracht* Noteer van de aanwezige accu de spanningen en I_{\max} .

$$V = \quad V; \quad V; \quad V; \quad I_{\max} = \quad A.$$

o. 1.1 We gaan nu de spanning, die een accu geeft, meten met behulp van een universeelmeter. We gebruiken hiervoor een universeelmeter van het fabrikaat Kew.

Alvorens te meten, zoekt U in de gebruiksaanwijzing de ijkingsnauwkeurigheid van het instrument op. Daarna controleert U het nulpunt van de meter en stelt dat zonnodig bij. De resultaten van de metingen noteert U direct in de op het meetblad nr. 1 afgedrukte tabel.

Vermeld steeds de mogelijke absolute fout in het meetresultaat. Bedenk goed, welke foutoorzaken hierbij een rol spelen.

a) Meet de accuspanning met twee verschillende meters van hetzelfde merk.

b) Meet de zelfde accuspanning met één meter op twee verschillende meetbereiken.

c) Meet op het laagst mogelijke meetbereik de spanning van achtereenvolgens 1, 2 en 3 cellen van de accu met de twee merken analoge en met de digitale meter (totaal dus 9 metingen).

WEERSTANDEN

mogen Wanneer door een weerstand een stroom loopt, dan wordt er in die weerstand warmte ontwikkeld. Ten gevolge van deze ontwikkelde warmte stijgt de temperatuur tot een evenwicht is bereikt tussen ontwikkelde ("gedissipeerde") warmte en afgegeven warmte. De hoogte van de maximaal toegestane eindtemperatuur wordt bepaald door het gebruikte weerstandsmateriaal. De afgegeven warmte wordt onder meer bepaald door de grootte van het uitwendig oppervlak van de weerstand. Vaak kan men aan het uiterlijk en de afmetingen van de weerstand zien hoe groot het maximale vermogen P_{\max} is dat in een weerstand gedissipeerd mag worden. Voorbeelden zijn op het praktikum aanwezig.

opdracht Wat is de eenheid van vermogen en wat zijn de verbanden tussen de groot-
heden spanning, stroom, weerstand en vermogen?
De eenheid van vermogen is
 $P = \quad = \quad =$

vraag Wat is het verschil tussen een grootheid en een eenheid?

kleurcode Het aantal eenheden van een weerstand en de tolerantie staan op de meeste
weerstanden aangegeven in kleurcode (zie ook de wandkaart). Daartoe zijn
op de weerstanden 3 of 4 gekleurde ringen aangebracht, zie fig. 1.1.

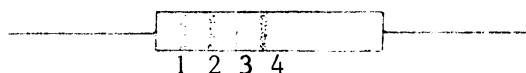


fig. 1.1 weerstand met kleurcode

De eerste drie ringen geven de waarde van de weerstand aan in ohm.
De kleuren hebben de volgende betekenis:
(kennis hiervan is niet vereist, maar wel handig!)

zwart	bruin	rood	oranje	geel	groen	blauw	violet	grijs	wit
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

De vierde ring geeft de tolerantie aan:

bruin $\pm 1\%$, rood $\pm 2\%$, goud $\pm 5\%$, zilver $\pm 10\%$, geen ring $\pm 20\%$

opdracht Wat is tolerantie?

We lezen de waarde als volgt af: (van links naar rechts in fig. 1.1)

1e ring: 1e cijfer	groen: 5	} 5600 Ω $\pm 5\%$
2e ring: 2e cijfer	blauw: 6	
3e ring: aantal factoren 10, waarmee vermenigvuldigd moet worden	rood : 10^2	
4e ring:	goud : 5%	

opmerking Om weerstanden beneden 10 Ω aan te geven wordt voor de derde ring
gebruik gemaakt van: goud: $\times 0,1$ en zilver: $\times 0,01$.

opdracht Als de kleuren zijn: rood, rood, zwart, zilver, is $R =$
bruin, zwart, groen, goud, is $R =$

opdracht* Noteer de waarden, de tolerantie en P_{\max} van de verstrekte weerstanden
in de tabel behorende bij exp. 1.2.

1.4 DE WET VAN OHM

definitie *Een elektrische of elektronische schakeling is een samenstelling van
een aantal elementen, welke bepaalde elektrische en/of elektronische
eigenschappen bezitten, zoals b.v. weerstand, condensator, spoel, diode,
transistor, meter.*

schema Om een overzichtelijk beeld te krijgen van een schakeling wordt een
schema getekend, waarin alle elementen worden voorgesteld door genorma-
liseerde symbolen. De volledige lijst hiervan is opgenomen in
"Symbolen voor de electrotechniek" (1964). Een uittreksel hiervan vindt
U vóór dit gedeelte van de handleiding.

Met behulp van de schakeling, waarvan het schema is afgebeeld in fig. 1.2
kan worden nagegaan of de weerstand R voldoet aan de wet van Ohm:

$$V = I.R \quad (1.1)$$

opmerking We zullen snel genoeg merken, dat niet ieder element van een electri-
sche schakeling aan de wet van Ohm gehoorzaamt.

We zien in het schema van fig. 1.2 6 verschillende symbolen. In de rechter figuur ziet U het geïdealiseerde potentiaalverloop in de stroomkring ABCDEFA.

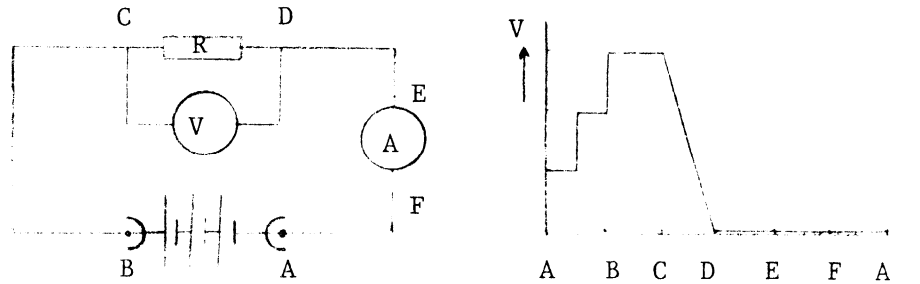
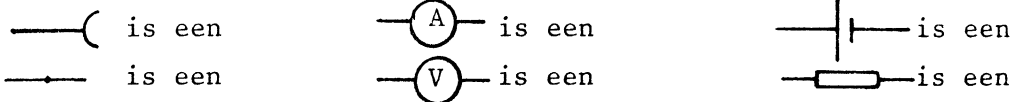


fig. 1.2 Een schema met geïdealiseerd potentiaalverloop

Opdracht Zoek de betekenis van deze symbolen op en geef in het schema de plus- en min-klemmen aan.



Opmerking De diverse elementen kunnen op elkaar worden aangesloten door middel van snoeren met stekers. De elementen zijn daartoe voorzien van stekerbussen, soms van stekers. Deze worden meestal niet in het schema opgenomen. In het algemeen worden ze alleen getekend voor in- en uitgangen van een complete schakeling (b.v. een versterker) en voor punten waarop een spannings- of stroombron moet worden aangesloten.

1.5 DE BOUW VAN EEN SCHAKELING

Exp. 1.2 We gaan nu het schema van fig. 1.2 omzetten in een schakeling m.b.v. de verstrekte onderdelen. Voordat we de meters aansluiten, maken we een schatting van de orde van grootte van de spanningen of stromen welke we gaan meten en stellen dan de meters in op de juiste grootte (stroom of spanning, wissel of gelijk) en op het juiste bereik.

Vraag* Wordt I_{max} van de accu overschreden? ja/nee
 Wordt P_{max} van de weerstand overschreden? ja/nee

WAARSCHUWING 1: SLUIT NOOIT SPANNINGS- OF STROOMBRONNEN AAN IN EEN SCHAKELING, VOORDAT deze door de assistent is gecontroleerd en goedgekeurd. Beschadiging aan apparatuur, ontstaan door overtreding van deze regel, komt altijd voor eigen rekening.

WAARSCHUWING 2: Alvorens bij stroommeting van meetbereik te wisselen, dient één van de metaansluitingen verbroken te worden!

Neem in de schakeling resp. 1, 2 en 3 cellen van de accu op en noteer de meetresultaten in de tabel, die is gegeven op het meetblad nr. 2. Gebruik één van de twee verstrekte weerstanden, naar eigen keuze. Zet de stroom (vertikaal) als functie van de spanning uit in een grafiek. Geef van ieder meetpunt de meetnauwkeurigheid aan met een vertikaal resp. horizontaal streepje ter grootte van de mogelijke fout. Bedenk of het punt (0,0) tot de grafiek behoort.

Opmerking Als we alleen de afleesnauwkeurigheid als mogelijke fout aangeven, zal het vaak niet mogelijk zijn een rechte lijn door de "punten" te trekken. Ga dit na in Uw grafiek.

Conclusie Mogen we op grond van deze metingen besluiten tot het wel of niet gelden van de wet van Ohm voor deze weerstand? ja/nee, want:

1.6 DE SERIESCHAKELING

We gaan nu over tot de serieschakeling van twee weerstanden R_1 en R_2 , zie fig. 1.3.

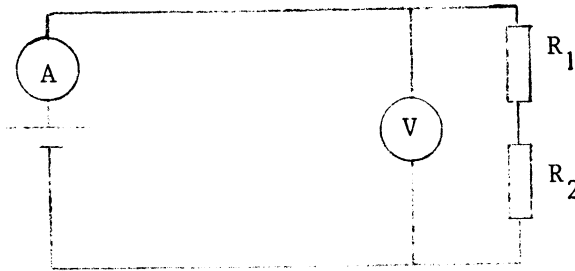


fig. 1.3 serieschakeling van weerstanden

- exp. 1.3 Bouw de schakeling volgens het schema van fig. 1.3 en meet de spanning en de stroom bij gebruik van achtereenvolgens 1, 2 en 3 cellen van de accu. Geef de meetresultaten weer in tabelvorm.
- vraag* Wordt I_{\max} van de accu overschreden? ja/nee
 Wordt P_{\max} van weerstand R_1 overschreden? ja/nee
 en van R_2 ? ja/nee
- Zet weer de stroom uit tegen de spanning en bereken de substitutieweerstand $R_s = R_1 + R_2$. Noteer de resultaten op het meetblad nr. 3.
- conclusie Valt de gevonden R_s binnen de tolerantie van $(R_1 + R_2)$? ja/nee

1.7 DE PARALLELSCHAKELING

Teken zelf in fig. 1.4 het schema van de schakeling, waarmee de waarde van de substitutieweerstand van twee parallel geschakelde weerstanden R_1 en R_2 gemeten kan worden.

fig. 1.4 parallelschakeling van weerstanden

- exp. 1.4 Bepaal de substitutieweerstand R_s van de parallel geschakelde weerstanden R_1 en R_2 (fig. 1.4), zoals in exp. 1.3. Noteer de resultaten volgens eigen inzicht in een tabel op waarnemingenblad nr. 3.

1.8 WEERSTANDSMETING OP DE UNIVERSEELMETER

We kunnen de waarde van een weerstand ook direct meten met de universeelmeter. Daartoe wordt een van de weerstandsbereiken ingeschakeld.

MEETBLAD

	nr. 1	exp. 1.1
naam van de practisant samengewerkt met		groep
		datum

.1 Spanningsmeting accu

meter: Kew; nauwkeurigheid:%

	schatting vooraf van meetresultaat	gekozen meetbereik	meetresultaat meter I	meetresultaat meter II	afleesnauwk.h.
a)			±	±	
b)			±	±	

c)	schatting	gekozen meetbereik	meetresultaat meter I	meetresultaat meter II	meetresultaat meter III	afleesnauwk.h.
1 cel	I					
	II		±	±	±	
	III					
2 cellen	I					
	II		±	±	±	
	III					
3 cellen	I					
	II		±	±	±	
	III					

meter I; merk: nauwkeurigheid %
 meter II; merk: nauwkeurigheid %
 meter III; merk: nauwkeurigheid %

	nr. 3	exp.	1.3, 1.4
naam van de practisant		groep	
samengewerkt met		datum	

.1.3 Stroom/spanningsmeting twee weerstanden in serie

		schatting	meetbereik	meetresultaat
1 cel	spanning			
	stroom			
2 cellen	spanning			
	stroom			
3 cellen	spanning			
	stroom			

Resultaat weerstandsbepaling:

	$R_1 + R_2$	meting 1	meting 2	meting 3	grafiek
$R_{subst.} =$					

p. 1.4 Stroom/spanningsmeting twee weerstanden parallel

MEETBLAD	nr. 4	exp.	1.5
naam van de practicant		groep	
samengewerkt met		datum	

fig. 1.5 Schakelschema's voor weerstandsmeting met de universeelmeter

1.1.5 weerstandsmeting met de universeelmeter

De aansluitingen voor de onbekende weerstand zijn op de meter en in de bijbehorende gebruiksaanwijzing aangegeven.

Opmerking Voor één van de meters geldt voor het laagste meetbereik een ander aansluitschema dan voor de hogere meetbereiken.

In het algemeen is deze methode van weerstandsmeting vrij onnauwkeurig, vooral door de niet-lineariteit van de schaal. Raadpleeg voor de nauwkeurigheid de gebruiksaanwijzing.

Opdracht Zoek in de literatuur enkele veel gebruikte schakelschema's voor weerstandsmeting met een universeelmeter op en teken deze in fig. 1.5 op het waarnemingenblad nr. 4.

- O Ea-Bee-2, Beerens-Meetapparaten en Meetmethoden (1968) 1.2 pag. 13
- Δ Ea-Tow-1, Towers - Electronic Laboratory Instrument Practice (1967) H.5
- Δ Exp-Fra-1, Frank - Electrical Measurements Analysis (1970) 8.4 en 8.5

Vraag Waardoor wordt de niet-lineariteit van de schaal veroorzaakt?

Exp. 1.5 Meet de waarde van de gegeven weerstanden op met beide analoge universeelmeters en met de digitale meter. Noteer de resultaten in een tabel op waarnemingenblad nr. 4. Vergelijk de gevonden waarden met die uit exp. 1.2 en exp. 1.3.

2 GELIJKSPANNINGSKARAKTERISTIEKEN VAN TWEЕКLEMMEN

2.0 INLEIDING

doel-
stelling

In dit hoofdstuk maakt U kennis met de brugschakeling, de nul- of compensatiemethode, het thermo-element, halfgeleiders en het begrip inwendige weerstand.

U zult na beëindiging van dit hoofdstuk meetgegevens kunnen verwerken in een grafiek op half-logaritmisch papier en uit de verkregen grafiek conclusies kunnen trekken.

Als voorkennis wordt verondersteld de stof uit het vorige hoofdstuk en wat in hoofdstuk F-6 van deze handleiding behandeld wordt.

U dient voortaan zelf te zorgen voor een handige (tabellarische) notering van Uw meetresultaten op het meetblad.

inwendige
weerstand

In het vorige hoofdstuk hebben we de gebruikte elementen, zoals universeelmeters en spanningsbron als ideaal beschouwd. Met name hebben we geen rekening gehouden met hun inwendige weerstand. De inwendige weerstand van een spanningsmeter is niet oneindig groot. De inwendige weerstand van een stroommeter en van een spanningsbron is niet nul. Het is nu tijd om dit probleem eens nader te bekijken. We zullen dit doen door te gaan kijken naar de gelijkspanningskarakteristieken van tweeklemmen.

tweeklem

Een tweeklem is een element of een combinatie van elementen met twee aansluitklemmen.

karakteristieken

Onder de karakteristiek van een tweeklem verstaan we het verband tussen de spanning over en de stroom door de tweeklem.

Het ligt voor de hand dit verband grafisch voor te stellen, zoals we in het vorige hoofdstuk reeds gedaan hebben voor de weerstand. Bij de elementen, zoals we die tot nu toe gebruikt hebben wordt dit verband gegeven door de wet van Ohm. In deze wet komt de weerstand voor als evenredigheidsconstante tussen stroom en spanning. Als deze wet geldt, m.a.w. als het verband tussen stroom en spanning lineair is, noemen we de tweeklem een lineair element. Wanneer het verband tussen stroom en spanning niet lineair is kan de tweeklem niet worden gekarakteriseerd door een constante weerstand. In dit hoofdstuk zullen we de karakteristieken van enkele door ons gebruikte tweeklemmen onderzoeken.

2.1 UNIVERSEELMETERS

De gebruikte universeelmeters bevatten als aanwijzend instrument een draaispoelmeter. Dit is een stroommeter voor het meten van stromen in de orde van 1 μ A tot 1 mA.

opdracht

Bestudeer de constructie en de werking van een draaispoelmeter in de opgegeven literatuur:

Δ Ea-Bee-2, Beerens - Meetapparaten en meetmethoden (1968) 1.1

Δ Exp- Alk-1, Alkemade - Inleiding tot fysische meetmethoden (1970)
pag. 35 t/m 38

Δ Ea-Wolf-1, Wolf - Guide to Electronic Measurements and Laboratory Practice (1973) pag. 100 t/m 104

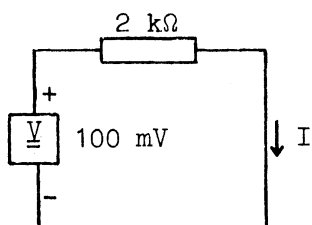
In de universeelmeter wordt de draaispoelmeter zowel gebruikt voor stroom- als voor spanningsmeting.

- opdracht Van een draaispoelmeter kan een spanningsmeter voor een bepaald bereik worden gemaakt door
Van een draaispoelmeter kan een stroommeter voor een bepaald bereik worden gemaakt door
- inwendige weerstand Doordat de draaispoelmeter een eindige weerstand heeft, heeft iedere op deze wijze geconstrueerde stroom- of spanningsmeter een bepaalde weerstand, nl. de weerstand van de draaispoelmeter, eventueel in combinatie met shunt en/of serieweerstanden.
- definitie *Deze totale weerstand (die dus afhangt van het ingestelde meetbereik!) noemen we de inwendige weerstand van de meter.*
- exp. 2.1 a) Bepaal van beide typen draaispoelmeter de inwendige weerstand, wanneer deze op een gelijkspanningsbereik geschakeld is. Doe dit door de stroom te meten welke door de meter loopt, als deze op een accu aangesloten is. Teken eerst het schakelschema op het meetblad.
b) Bepaal ook de inwendige weerstand van de digitale meter (d.m.m.)
- vraag* Op de schaal van beide analoge meters vindt U de volgende aanduiding:
 $R = 25.000 \Omega/V$, resp. $20.000 \Omega/V$. Wat betekent dit?
- vraag* Wat is de inwendige weerstand van de universeelmeters, als een spanning van ca 4 V gemeten wordt op geschikt schaalbereik?
- | | | |
|--------|---------|----------|
| Kew | $R_i =$ | Ω |
| Unigor | $R_i =$ | Ω |
| d.m.m. | $R_i =$ | Ω |
- exp. 2.2 a) Bepaal de inwendige weerstand van beide typen draaispoelmeter, wanneer deze op een gelijkstroombereik staat. Doe dit op de Kew-meter voor vier stroombereiken en op de Unigor-meter voor twee stroombereiken. Teken eerst het schema van de te gebruiken schakeling en bereken de benodigde weerstanden. Vergelijk voor de Unigor-meter de gevonden uitkomsten met de in de gebruiksaanwijzing opgegeven waarden.
b) Bepaal ook de inwendige weerstand van de digitale stroommeter.
- opmerking Op de beide analoge universeelmeters wordt òf op het laagste stroom- òf op het laagste spanningsbereik alleen de draaispoelmeter zelf ingeschakeld, d.w.z. zonder shunt- of serieweerstanden. Dit bereik is dus zowel het gevoeligste spannings- als stroombereik.
- opdracht* Zoek in de bij de meters behorende gebruiksaanwijzing op, welk bereik dit is.
type Unigor: . . . mV \cong . . . μ A
type Kew : . . . mV \cong . . . μ A
- opdracht Ga na dat dit klopt met het op de meter vermelde aantal Ω/V .

Wanneer we in een circuit de stroom willen meten is het noodzakelijk dat de stroommeter slechts een geringe invloed op de stroom heeft, m.a.w. dat de spanningsval over de stroommeter gering is.

Op de lage stroombereiken is dit voor een universeelmeter meestal niet het geval. Evenzo dient een voltmeter een zo grote weerstand te hebben dat de stroomverdeling in het circuit slechts zeer weinig wordt verstoord door het aanbrengen van de meter.

opdracht* In het getekende circuit is \underline{V} een spanningsbron die een constante spanning van 100 mV levert.

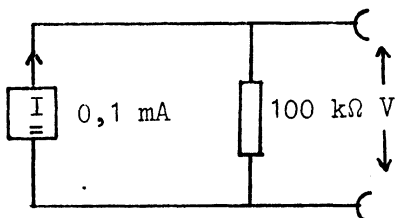


Kunnen we de in dit circuit lopende stroom met een redelijke nauwkeurigheid meten met de gebruikte universeelmeters?

- Kew ja/nee
- Unigor ja/nee
- d.m.m. ja/nee

Licht Uw antwoord toe.

opdracht* In de volgende schakeling stelt \underline{I} een stroombron voor die een constante stroom van 0,1 mA levert. Kunnen we de in dit circuit optredende spanning met een redelijke nauwkeurigheid meten met de gebruikte universeelmeters?



- Kew ja/nee
- Unigor ja/nee
- d.m.m. ja/nee

Licht Uw antwoord toe.

Wanneer we in een circuit zowel de spanning over een weerstand als de stroom door deze weerstand willen meten, hebben we in principe de keuze uit de volgende twee schakelingen.

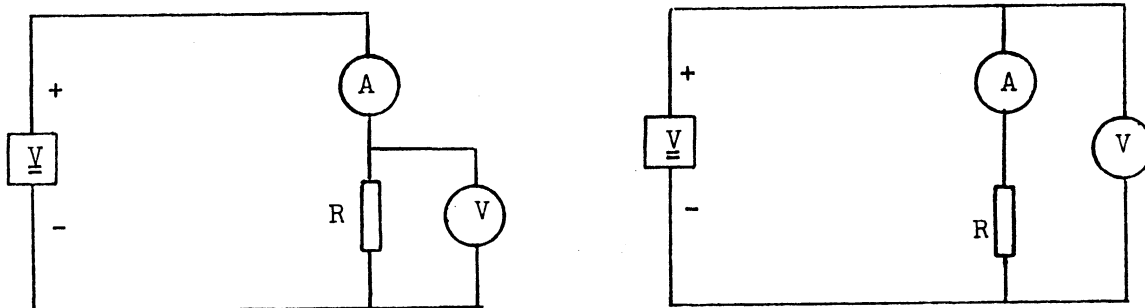


fig. 2.1 Schakelschema's voor stroom- en spanningsmeting aan een weerstan

In de eerste schakeling meten we de juiste waarde van de spanning maar een onjuiste waarde van de stroom. In de tweede schakeling is het omgekeerde het geval.

opdracht* Ga na of het juist was, dat in exp. 1.2 van H 1 de invloed van de meter(s) op de schakeling te verwaarlozen was.

2.2 SPANNINGSBRONNEN

Als spanningsbron hebben we tot dusver de accu gebruikt. In elektrische en elektronische schakelingen wordt naast de accu ook veelvuldig de droge batterij gebruikt. Andere voorbeelden van veel gebruikte spanningsbronnen zijn het Weston-element, dat wordt gebruikt bij zeer nauwkeurige ijkingen en het thermokoppel, dat een spanning afgeeft die sterk van de temperatuur afhangt.

In al deze voorbeelden hebben we te maken met niet-ideale spanningsbronnen.

Definitie Een ideale spanningsbron is een tweeklem waarvan de spanning over de klemmen onafhankelijk is van de afgenomen stroom. De karakteristiek hiervan wordt voorgesteld door een rechte lijn // I-as, welke de V-as snijdt op het punt V_0 , de spanning van de spanningsbron, zie fig. 2.2.

Inwendige weerstand In de praktijk zal een spanningsbron echter altijd een zekere inwendige weerstand R_i bezitten. Hierdoor wordt de open spanning V_0 verminderd met een bedrag $I \cdot R_i$, als een stroom I wordt afgenomen, dus (zie fig. 2.2):

$$V = V_0 - I \cdot R_i \quad (2.1)$$

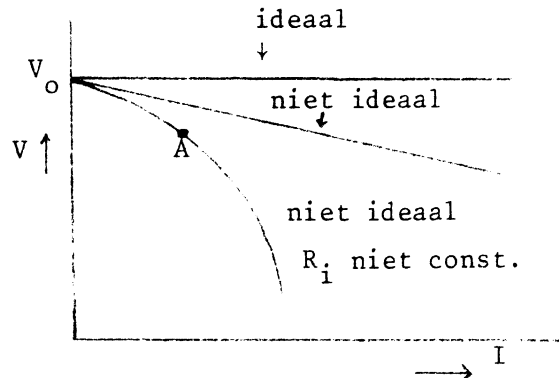


fig. 2.2 spanningsbronkarakteristieken

Vraag Hoe groot is R_i van een ideale spanningsbron?

In deze karakteristiek zijn we er van uitgegaan dat R_i een constante is. In dit geval kunnen we de niet-ideale spanningsbron voorstellen door een ideale spanningsbron ter grootte V_0 in serie geschakeld met een weerstand R_i (zie fig. 2.3). Dit noemen we het spanningsbron-vervangingschema.

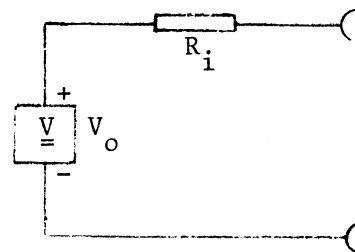


fig. 2.3 spanningsbron-vervangingschema

Meestal is R_i slechts bij benadering een constante en zal R_i toenemen met toenemende I , waardoor de karakteristiek niet langer een rechte lijn zal zijn.

Opmerking In het geval dat R_i niet constant is heeft het geen zin formule (2.1) te gebruiken voor de definitie van R_i . Bevinden we ons bij een bepaalde waarde van de afgenomen stroom in punt A van de karakteristiek, dan

definiëren we de inwendige weerstand $(R_i)_A$ voor kleine veranderingen als:

$$(R_i)_A = -\left(\frac{dV}{dI}\right)_A \quad (2.2)$$

dus als de helling van de raaklijn aan de karakteristiek.

Het minteken staat hier, omdat een toename van I overeenkomt met een afname van V , terwijl we gewoon zijn voor de inwendige weerstand een positief getal te gebruiken.

opdracht Ga na, dat als de inwendige weerstand een constante is, de definities (2.1) en (2.2) gelijkwaardig zijn.

exp. 2.3 Meet de spanning als functie van de stroom bij de accu. Kies ca vijf meetpunten in het traject van 0-1 A. Ga na, dat nu de afleesnauwkeurigheid van de voltmeter gebruikt kan worden i.p.v. de meternauwkeurigheid. Bepaal de inwendige weerstand. Kunt U op grond van Uw waarnemingen uitmaken of de inwendige weerstand wel of geen constante is? Motiveer Uw antwoord.

exp. 2.4 Gegeven is een spanningsbron met een constante inwendige weerstand (deze spanningsbron bevindt zich in de rode koker).

a) Bepaal de open spanning V_0 en de inwendige weerstand R_i met de Unigor-universeelmeter.

b) Bedenk hierna een methode om de inwendige weerstand te meten met de digitale meter. Vergelijk de uitkomst met die van de vorige meting.

thermo-element Een thermo-element is een spanningsbron met een niet constante inwendige weerstand, waarvan de afgegeven spanning een functie is van de temperatuur.

opdracht Bestudeer de theorie van het thermo-element.

Δ Exp-Alk-1, Alkemade - Inleiding tot fysische meetmethoden (1970) pag. 176 t/m 179

+ E-Pag-1, Page and Adams - Principles of Electricity (1969) pag. 63, 64

+ E-Har-1, Harnwell - Principles of Electricity and Electromagnetism (1949) H 6.4

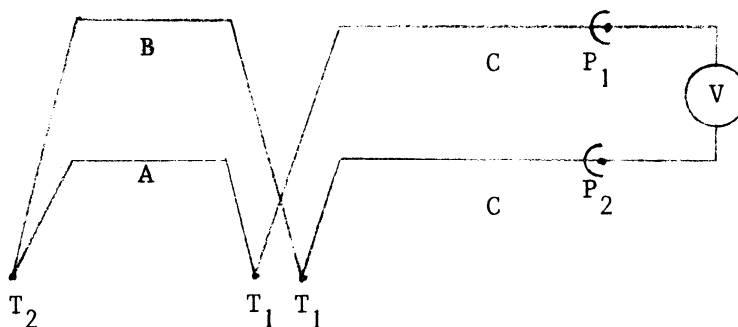


fig. 2.4 temperatuurmeting met thermo-element

exp. 2.5 Meet de open spanning van een thermo-element als functie van de temperatuur. Bepaal de evenredigheidsconstante tussen temperatuur en spanning. Neem aan, dat de inwendige weerstand constant is. Bepaal de grootte van deze inwendige weerstand.

Kies voor $T_1 = 0^\circ\text{C}$ en voor T_2 een aantal waarden tussen 0°C en 100°C . Zet de gevonden waarden uit in een grafiek. Gebruik als spanningsmeter een elektronische voltmeter.

2.3 COMPENSATIE- of NULMETHODE

compensatie of nulmethode We kunnen een onbekende spanning ook meten door vergelijking met een nauwkeurig bekende spanning. We maken hierbij gebruik van een zgn. compensatieschakeling, ook wel genoemd potentiometerschakeling. Wanneer de bekende en de onbekende spanning exact gelijk zijn, zal er geen stroom meer lopen in de verbindingsdraad, vandaar dat deze methode ook vaak nulmethode genoemd wordt.

opdracht Bestudeer de potentiometerschakeling in de opgegeven literatuur.

Δ E-Duf-1, Duffin - Electricity and Magnetism (1965) 6.8

Δ E-Kip-1, Kip - Electriciteit en Magnetisme (1970) 7.8

+ E-Pag-1, Page and Adams - Principles of Electricity (1969) 56

+ Ea-Wolf-1, Wolf - Guide to Electronic Measurements and Laboratory Practice (1973) H 11 t/m pag. 332

++ Exp-Fra-1, Frank - Electrical Measurement Analysis (1959) 9.1, 9.2, 9.5, 9.6

vraag Wat zijn de verschillen tussen meten met een nulmethode en meten met een meter met hoge inwendige weerstand?

opdracht Noem enkele voordelen van de nulmethode.

exp. 2.6 Bepaal met de compensatiemethode de open spanning van de spanningsbron in de rode koker.

2.4 STROOMBRONNEN

definitie *Een ideale stroombron levert een stroom, waarvan de grootte onafhankelijk is van de op de bron aangesloten belastingsweerstand.*

De karakteristiek van de ideale stroombron is in fig. 2.5 weergegeven. De spanning over de bron is natuurlijk steeds gelijk aan het product van de stroom en de aangesloten weerstand. In principe kan de spanning dus zeer hoog worden. Een goed voorbeeld hiervan is de Van de Graaff-generator, waarbij de spanning zeer hoog kan oplopen (tot er vonkenbogen getrokken worden).

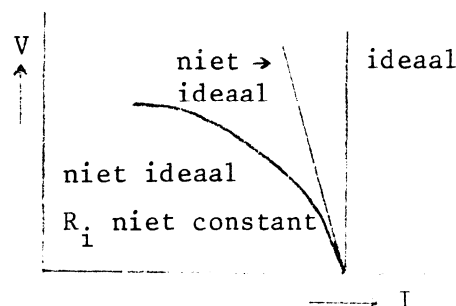


fig. 2.5 stroombronkarakteristieken

vraag Hoe groot is de inwendige weerstand van een ideale stroombron?

niet-
ideale
stroombron

In de praktijk is elke stroombron niet-ideaal. Dat wil zeggen, dat de bron door een weerstand $R_L \neq 0$ een stroom stuurt, die kleiner is dan I_k , waarbij I_k (kortsluitstroom) de stroom is bij $R_L = 0$. We kunnen dit effect in rekening brengen door de niet-ideale stroombron opgebouwd te denken uit een ideale stroombron die een stroom I_k levert, met parallel daaraan een weerstand R_i (de inwendige weerstand), zie fig. 2.6, waardoor het verschil tussen I_k en I afvloeit. Als het niet-ideaal zijn van de stroombron een lineair karakter heeft, is R_i een constante en krijgen we een karakteristiek, zoals in fig. 2.5.

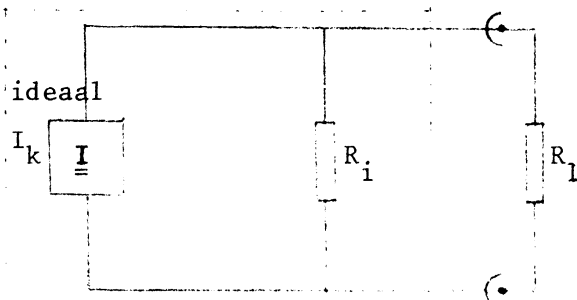


fig. 2.6 niet-ideale stroombron

Er geldt dan:

$$I = I_k - \frac{V}{R_i} \quad (2.3)$$

Zo niet, dan definiëren we, analoog aan het geval bij de spanningsbron, de inwendige weerstand in een punt A als:

$$(R_i)_A = -\left(\frac{dV}{dI}\right)_A$$

De stroombronbeschouwing is dan alleen geldig voor kleine afwijkingen rond het punt A.

Voor kleine variaties om het punt A mogen we de bron beschouwen als een stroombron met constante inwendige weerstand ter grootte $(R_i)_A$, dit noemen we de lineaire stroombron beschouwing.

equivalentie Stel, dat een bron beschreven kan worden als een niet-ideale lineaire stroombron. Uit fig. 2.6 volgt:

spannings-
bron

$$I = I_k - \frac{V}{R_i} \quad (2.4)$$

Voor de open spanning ($R_L = \infty$) van de niet-ideale stroombron vinden we:

$$V_0 = I_k R_i \quad (2.5)$$

Uit (2.4) en (2.5) volgt:

$$V = V_0 - IR_i$$

Dit is de vergelijking voor de spanningsbron! We hadden de bron dus ook kunnen beschrijven als een niet-ideale spanningsbron. Theoretisch zijn beide beschouwingen gelijkwaardig. In de praktijk zullen we een bron met een lage R_i een spanningsbron noemen, en een bron met een hoge R_i een stroombron, wat hoog en laag is hangt van de omstandigheden af.

Het verband $V_0 = I_k R_i$ wordt voor $R_i = 0$ of $R_i = \infty$ onbepaald: een ideale stroombron kan niet beschouwd worden als een spanningsbron en een ideale spanningsbron niet als een stroombron.

2.5 STELLINGEN VAN THEVENIN EN NORTON

De stellingen van Thévenin en Norton zijn een uitbreiding van de hiervoor gegeven stroom- en spanningsbronbeschuwing. Ze hebben betrekking op netwerken die zijn samengesteld uit lineaire stroom- en/of spanningsbronnen en weerstanden.

De stelling van Thévenin luidt als volgt:

Thévenin Elke uit lineaire tweeklemmen opgebouwde tweeklem kan voor de berekening van zijn uitgangsstroom en -spanning vervangen worden door een ideale spanningsbron in serie met een inwendige weerstand.

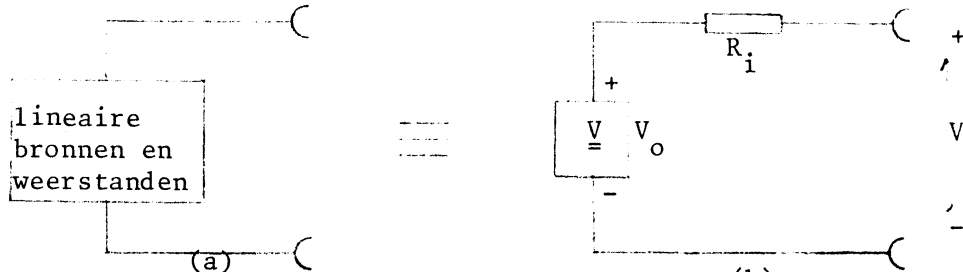


fig. 2.7 stelling van Thévenin

De spanning V_0 is gelijk aan de open spanning van de te vervangen tweeklem. Zo bepalen we immers ook de open spanning van een (spannings)bron!

De inwendige weerstand R_i bepalen we - op grond van dezelfde overweging - door de te vervangen tweeklem kort te sluiten en R_i te berekenen uit $R_i = V_0 / I_k$.

We kunnen R_i ook bepalen uit de spanning over een belastingsweerstand R_L .

De spanning over de belasting is $V = \frac{R_L}{R_i + R_L} \cdot V_0$. Meting van V_0 ,

V en R_L levert ons de waarde van R_i .

Een derde methode is om alle tot de tweeklem behorende stroom- en/of spanningsbronnen te vervangen door hun inwendige weerstand (we mogen immers de samenhang van de schakeling niet verbreken) en vervolgens de weerstand van de tweeklem te meten. We "kijken" dan a.h.w. vanuit de aansluitingen in de te vervangen tweeklem.

opmerking Een voorbehoud op de toepassing van de derde methode ter bepaling van R_i zal later aan de orde komen bij de spanningsdeler (2.7). Verder zijn de drie manieren theoretisch equivalent, maar in de praktijk kunnen bepaalde restricties optreden. Zo kan bijv. I_k niet te bepalen zijn, omdat de schakeling zich dan niet lineair gaat gedragen. In zo'n geval is de stelling van Thévenin slechts toepasbaar binnen een begrensd spannings- en/of stroombereik. Vgl. het analoge geval bij niet-lineaire stroom- en spanningsbronnen.

Norton De stelling van Norton. Gezien de equivalentie van de stroom- en spanningsbronbeschuwing kan men een lineaire tweeklem ook beschouwen als een niet-ideale stroombron.

vraag Hoe bepaalt men I_k en R_i ?

2.6 DE WETTEN VAN KIRCHHOFF

eerste wet De eerste wet van Kirchhoff zegt, dat de som van de stromen in een knooppunt nul is. Dit betekent, dat de electronen de geleiders niet zullen verlaten.

tweede wet De tweede wet van Kirchhoff zegt, dat wanneer we in een gesloten kring rondgaan, we op dezelfde potentiaal uitkomen; anders gezegd, dat de som van de spanningen in een kring nul is.

2.7 SPANNINGSDELERS

Wanneer we een spanning nodig hebben die lager is dan de spanning van de bron die ons ter beschikking staat kunnen we gebruik maken van een spanningsdeler. Dit is of een weerstand met een variabele middenaftakking zoals aanwezig bij draai- of schuifweerstand, zie fig. 2.8, of twee vaste weerstanden R_1 en R_2 in serieschakeling, zie fig. 2.9. De klemmen A en B worden aangesloten op de aanwezige spanningsbron, op de klemmen C en D hebben we dan de gewenste lagere spanning. Meestal zal op de klemmen C en D belastingsweerstand R_L worden aangesloten.

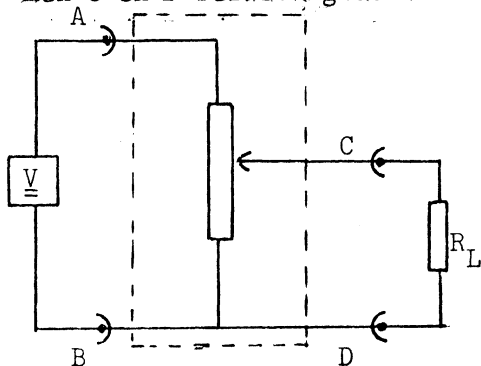


fig. 2.8 variabele spanningsdeler

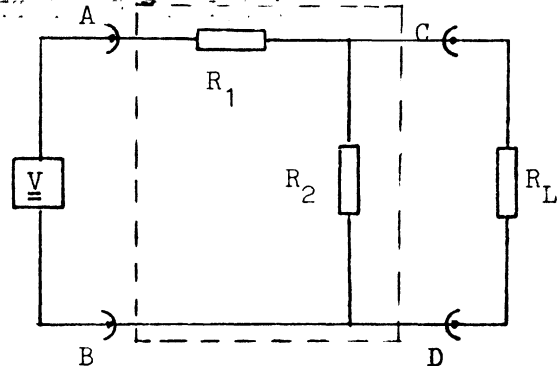


fig. 2.9 vaste spanningsdeler.

Wanneer geen belastingsweerstand is aangesloten ($R_L = \infty$), is de spanning tussen de punten C en D de open spanning van de spanningsdeler. Deze open spanning kan worden berekend als V , R_1 , en R_2 bekend zijn. Wanneer een belastingsweerstand R_L is aangesloten, kan de spanning over C en D worden berekend als V , R_1 , R_2 en R_L gegeven zijn.

opdracht Leid een uitdrukking af voor de open spanning van de spanningsdeler V_0 volgens fig. 2.9

opdracht Leid een uitdrukking af voor de spanning tussen de punten C en D in fig. 2.9 als de weerstand R_L is aangesloten.

Met een variabele spanningsdeler kan dus iedere waarde van de spanning tussen nul en de spanning van de beschikbare bron worden ingesteld.

opdracht Gegeven zijn een accu als spanningsbron ($V_0 \approx 3,6$ V), een variabele spanningsdeler van 5 k Ω en een belastingsweerstand van 1 k Ω ($0,5$ Watt). Hoe groot is de maximale stroom die door de belastingsweerstand zal lopen?

Is deze stroom toelaatbaar?

Hoe groot is de minimale stroom, die de accu levert?

exp. 2.7 Meet de spanning V_{CD} als functie van de stand van de spanningsdeler wanneer deze is belast met de weerstand R_L .
 Teken het schakelschema op het meetblad.
 Zet de meetresultaten direct uit in een grafiek.

vraag* Hoe zal het verloop van de spanning zijn als $R_L = \infty$ (of $R_L \gg 5 \text{ k}\Omega$)?
 Teken deze lijn in de grafiek en verklaar kwalitatief het verschil met de gemeten kromme.

De eigenschappen van een tweeklem bestaande uit een spanningsbron en een spanningsdeler kunnen ook worden begrepen m.b.v. de stelling van Thévenin.

voorbeeld Beschouw hiertoe het voorbeeld van een tweeklem CD bestaande uit een spanningsbron met $V_0 = 180 \text{ V}$ en $R_i = 5 \text{ k}\Omega$ en een vaste spanningsdeler, bestaande uit twee weerstanden $R_1 = 70 \text{ k}\Omega$ en $R_2 = 15 \text{ k}\Omega$, zie fig. 2.9. Volgens de stelling van Thévenin kan deze tweeklem vervangen worden door een andere tweeklem EF bestaande uit een ideale spanningsbron met een spanning V_0' en een serieweerstand R_i' , zie fig. 2.11.

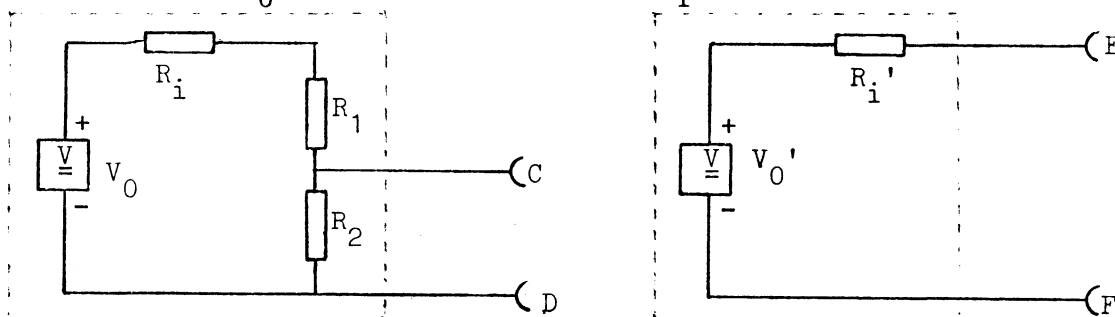


fig. 2.10 spanningsbron - vervangingschema

Wanneer de waarden voor V_0' en R_i' goed zijn uitgerekend, kan, voorzover het externe netwerken betreft, door geen enkel electr. experiment worden vastgesteld of we tweeklem CD of EF in handen hebben.

vraag Zijn er andere fysische experimenten te bedenken om het feitelijke verschil tussen de twee bronnen CD en EF aan te tonen?

opdracht Bereken V_0' en R_i' . Dit gaat als volgt:
 Volgens de stelling van Thévenin is V_0' de open spanning van de spanningsdeler. De berekening van V_0' gaat als in de opdracht bij fig. 2.9.
 De serieweerstand R_i' wordt gevonden door de weerstand tussen de punten A en B te berekenen onder de voorwaarde dat de ideale spanningsbron is vervangen door een weerstand $R = 0$ (zie fig. 2.11).

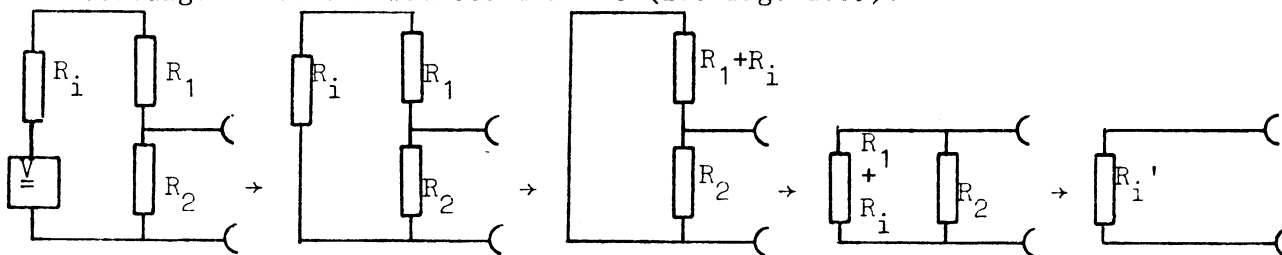


fig. 2.11 berekening van R_i'

Resultaat: $V_0' = \quad \text{V} \quad R_i' = \quad \Omega$

Het nut van de stelling van Thévenin blijkt direct, wanneer we op de tweeklem CD resp. EF verschillende waarden R_L aansluiten en we hierover de spanning willen berekenen.

Doen we dit bij de tweeklem CD dan moeten we voor iedere waarde van R_L de parallelweerstand van $R_2 // R_L$ uitrekenen. Bij de tweeklem EF is zo'n berekening niet nodig.

opdracht Bereken V_{CD} en V_{EF} wanneer een weerstand $R_L = 2,5 \text{ k}\Omega$ is aangesloten.

Een tweeklem bestaande uit een spanningsbron en een variabele spanningsdeler kan dus worden opgevat als een spanningsbron met een variabele spanning en bovendien met een variabele inwendige weerstand.

Voor iedere stand van de spanningsdeler moeten V_0' en R_i' op de zojuist aangegeven wijze worden berekend.

opdracht* Bepaal uit de grafieken die zijn getekend bij exp. 2.7 de standen van de spanningsdeler waarbij de inwendige weerstand van de open tweeklem gelijk is aan $1 \text{ k}\Omega$.

Gebruik makend van de stelling van Norton kunnen we de tweeklem bestaande uit spanningsbron en spanningsdeler ook vervangen door een ideale stroombron met parallelweerstand.

opdracht Vervang de tweeklem CD door een tweeklem GH, bestaande uit een ideale stroombron met parallelweerstand, gebruikmakend van de stelling van Norton. Bereken de grootte van de stroombron en de parallelweerstand. Teken het vervangingsschema en bereken V_{GH} , als de tweeklem belast is met een weerstand $R_L = 2,5 \text{ k}\Omega$.

fig. 2.12 stroombron - vervangingsschema

2.8 BRUG VAN WHEATSTONE

In de praktijk hangt de waarde van een weerstand in het algemeen af van de uitwendige condities. Zo hebben b.v. alle weerstanden een zekere temperatuurcoëfficiënt, dus de waarde is een functie van de temperatuur. Bovendien hebben we tot nu toe alleen weerstanden beschouwd die een constante waarde hebben over het door ons onderzochte stroomgebied, m.a.w. we hebben ons beperkt tot weerstanden waarvoor de wet van Ohm geldt. Dit laatste is echter niet altijd het geval.

Willen we de waarde van een weerstand nauwkeuriger kennen dan we in H 1 gemeten hebben, dan gebruiken we een brug van Wheatstone.

opdracht Bestudeer de schakeling van de brug van Wheatstone in de literatuur.

- Δ E-Kip-1 , Kip - Electriciteit en Magnetisme (1970) 7.9
- + Ea-Bro-1 , Brophy - Basic Electronics for Scientists (1966) pag. 23
- ++ Exp-Fra-1, Frank - Electrical Measurement Analysis (1959) 9.10

exp. 2.8 Bepaal de waarde van een gegeven weerstand met een zelf te schakelen brug van Wheatstone. Teken het schema op het meetblad.

Materiaal: 1 decade-weerstandsbank merk Bleeker, zie fig. 2.13
 1 weerstandsbank met kortsluitstoppen
 1 digitale voltmeter
 1 ijkweerstand
 1 accu

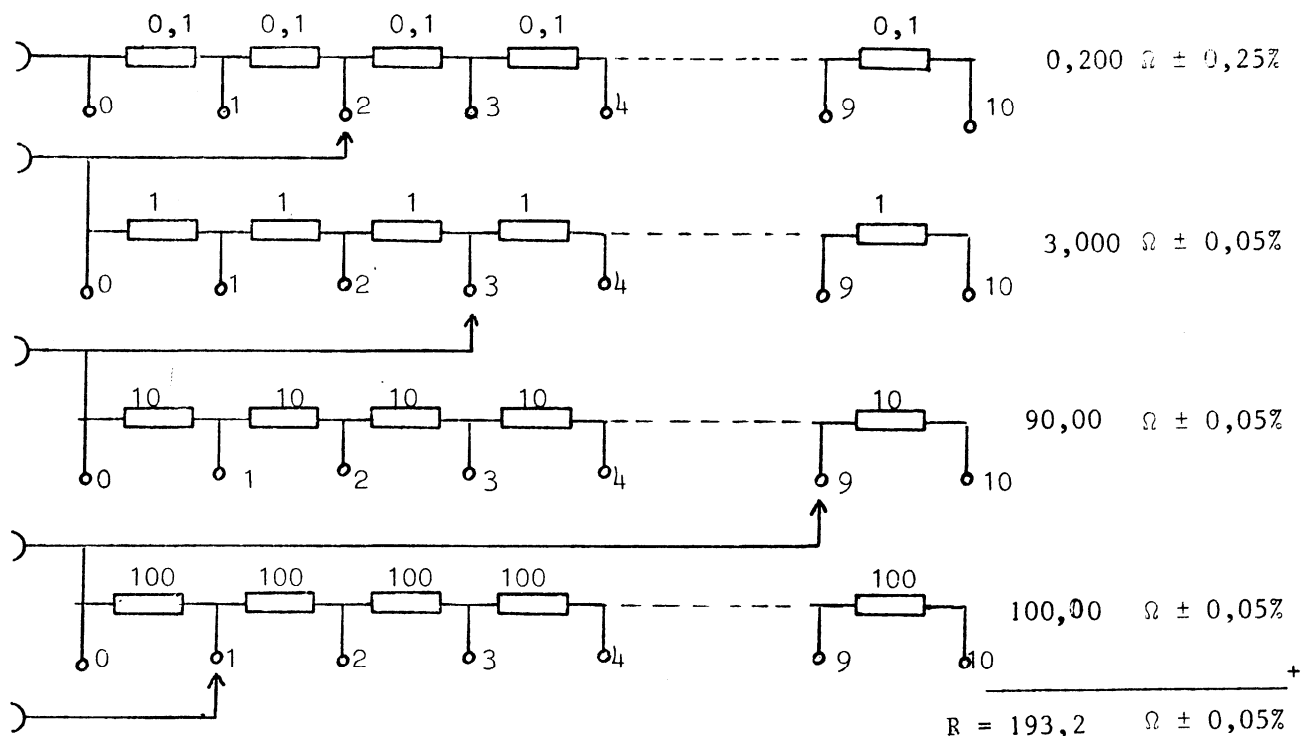


fig. 2.13 schakeling decadebank met weerstandswaarde

xp. 2.9 Bepaal de waarde van dezelfde weerstand met een commerciële uitvoering van de brug van Wheatstone (b.v. de Marconibrug).

.9 HALFGELEIDERS

alfgelei- Als voorbeeld van een niet-lineair verband tussen stroom en spanning
 erdiode zullen we het gedrag van de halfgeleiderdiode beschouwen.

- iteratuur
- O Ea-Hak-1, Hakim - Transistor Circuits in electronics (1964) H 1 t/m 1.2
 - Δ Ea-Bro-1, Brophy - Basic Electronics for Scientists (1966) 4.2
 - Δ Ea-Waa-1, De Waard - Electronica (1966) H 2 t/m 2.3.1
 - + Ea-Chi-1, Chirlian - Analysis and Design of electronic circuits (1965) 1-3, 1-4
 - + Ea-Dav-1, Davidse - Grondslagen van de electronica I (1972) H 7

Zoals uit de theorie blijkt, is het verband tussen stroom en spanning bij een halfgeleiderdiode

$$I = I_0 (e^{eV/kT} - 1).$$

Bij 300 K is kT/e 26 mV.

We definiëren de weerstand weer als $R_A = \left(\frac{dV}{dI}\right)_A$.

- exp. 2.10 Meet de spanning als functie van de stroom door een Si-diode OA210 of 211, in de doorlaatrichting. Gebruik het stroomtraject van 10 μ A tot 10 mA. Zet het resultaat uit op gewoon en op half-logaritmisch papier. Maak voor een zelfgekozen punt in het steile stuk van de karakteristiek een ruwe schatting van de weerstand R_A . Bepaal de waarde van de constante e/kT uit de karakteristiek. Probeer ook de stroom in de sperrichting te meten. Gebruik als spanningsmeter een digitale voltmeter. (Waarom?)

3 PERIODIEKE SPANNINGEN

3.0 INLEIDING

doelstelling Als U de experimenten van dit hoofdstuk hebt doorgewerkt, bent U in staat om metingen te verrichten aan eenvoudige schakelingen van weerstanden, condensatoren en spoelen, waarop een wisselspanning is aangesloten. U kunt die metingen uitwerken met behulp van complexe schrijfwijze en vectordiagrammen.

definitie *Periodieke spanningen zijn spanningen, waarvan de grootte periodiek met de tijd verandert.*

Algemeen geldt voor dit type spanningen dat:

$$v(t) = \hat{V} \cdot f(t) = \hat{V} \cdot f(t + nT)$$

Hierin is \hat{V} de maximale of topwaarde van de spanning, t de tijd, T de periode en n een geheel getal.

Al naar gelang van de gedaante van de functie $f(t)$ kunnen we onderscheiden: sinusvormige spanningen, blokspanningen, zaagtandspanningen, driehoekspanningen, etc. Hoewel we in feite elke periodieke spanning een wisselspanning zouden kunnen noemen, reserveren we die naam voor de sinusvormige spanning.

3.1 WISSELSPANNING

definitie *Een wisselspanning is een periodieke spanning, waarvan de grootte sinusvormig met de tijd verandert. Zie fig. 3.1, dus:*

$$v(t) = \hat{V} \sin(\omega t + \phi),$$

waarin $\omega = 2\pi\nu = 2\pi/T$.

$v(t)$ is de momentane waarde
 ω is de hoekfrequentie
 ν is de (periode) frequentie
 T is de periode
 ϕ is de fasehoek

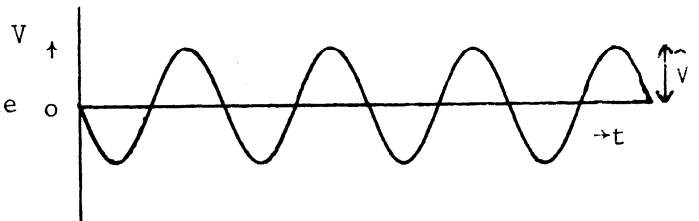


fig. 3.1 wisselspanning

fasehoek Het begrip fasehoek hebben we nodig wanneer we twee wisselspanningen van dezelfde frequentie met elkaar vergelijken. Deze zullen in het algemeen niet gelijktijdig hun maximum waarde bereiken. Het tijdsverloop Δt , dat hiertussen ligt, gedeeld door de periode T , heet faseverschil.

De fasehoek ϕ is gedefiniëerd door: $\frac{\phi}{2\pi} = \frac{\Delta t}{T}$

Het is duidelijk dat het faseverschil en de fasehoek zowel positief als negatief kunnen zijn.

effectieve waarde
opdracht Als maat voor de grootte van de wisselspanning wordt vaak de effectieve waarde gebruikt.
Geef de definitie van de effectieve waarde en laat zien, dat

$$V_{\text{eff}} = \frac{1}{2} \sqrt{2} \cdot \hat{V} = 0,7 \hat{V}.$$

wisselspanningsbron De belangrijkste wisselspanningsbron die ons ter beschikking staat is het lichtnet. Vaak willen we echter over andere frequenties kunnen beschikken dan de 50 Hz, daarvoor hebben we de sinusgeneratoren. Deze spanningsbronnen zijn nooit ideaal, maar bezitten een inwendige weerstand in de orde van 10Ω - $1 \text{ k}\Omega$. (Het lichtnet heeft een zeer kleine inwendige weerstand.)

wisselspanningsmeter Met de al eerder gebruikte universeelmeters kunnen ook wisselspanningen gemeten worden. Dit gebeurt door de wisselspanning eerst gelijk te richten met een diode of een combinatie van diodes, bekend onder de naam Graetz-schakeling. Met een goede universeelmeter kan tot 20 kHz gemeten worden. Voor alle wisselspanningen geldt dan dezelfde schaal. Bij goedkope meters ligt het frequentiebereik aanzienlijk beneden de 10 kHz en moeten de lage spanningen op aparte schalen worden afgelezen.

opdracht Bestudeer de Graetz-schakeling.

literatuur Δ Ea-Dav-2, Davidse - Grondslagen van de Electronica 2 (1970) 7.3.1, 7.3.2
 Δ Ea-Mal-1, Malmstadt, Enke, Toren - Electronics for Scientists (1963) 1.3, 1.4
 Δ Ea-Bee-2, Beerens - Meetapparaten en Meetmethoden in de Elektronentechniek (1968) 1.2
 Δ Ea-Brow-1, Brown - Laboratory Manual for Electronic Instrumentations (1968) 1.4
 + E-Har-1, Harnwell - Principles of Electricity and Electromagnetism (1949) 5.9
 + Ea-Waa-1, De Waard - Electronica (1966) 4.2.1, 4.2.2.

opdracht Teken het schema in fig. 3.2 en geef met pijlen de stroomrichting aan zoals die gedurende een halve periode van de wisselspanning is. Teken ook het resulterende spanningspatroon over de aansluitingen van de meter en bereken de *gemiddelde* waarde van de gelijkgerichte spanning.

opdracht* Ga na of met de universeelmeters ook wisselstroom gemeten kan worden.

merk Kew	ja/nee
merk Unigor	ja/nee
type digitaal	ja/nee

Zoek in de bij de meters behorende handleidingen de inwendige weerstanden op van de verschillende wisselspanning- en wisselstroombereiken. Noteer deze waarden en vergelijk ze met de waarden voor gelijkspanning- en-stroom.

opmerking Ook bij het rekenen met stromen gebruiken we steeds de effectieve waarde. Wisselspanning- en stroommeters zijn geijkt in effectieve waarde. Deze ijking klopt alleen als de wisselspanning inderdaad sinusvormig is, zoals we steeds aannemen.

veiligheidsregels *De maximale 50-Hz-wisselstroom, welke het menselijk lichaam kan verdragen, is slechts 5 mA; 10 mA kan al dodelijk zijn. Daar de weerstand van het lichaam hoogstens 10 k Ω is, kan er bij aanraking van de 220 V een stroom van minstens 22 mA lopen wanneer enig ander deel van het lichaam met aarde verbonden is, zoals voorkomt bij natte voeten op een cementen vloer of wanneer U met Uw andere hand de aarde vast heeft. Het meten van wisselspanningen boven de 50 V kan daarom levensgevaarlijk zijn. Verander dus nooit iets aan een schakeling, wanneer de spanning nog aan staat. Ook indien men één der draden uitgetrokken heeft, kan de hele schakeling nog de volle spanning dragen t.o.v. aarde (inclusief de uitgetrokken draad). Zo mogelijk wordt gebruik gemaakt van een scheidingstransformator. Deze heeft gescheiden primaire en secundaire wikkelingen, zodat de uitgangsspanning alleen tussen de twee uitgangsklemmen staat en niet tussen één der klemmen en aarde. Vooral geen klemmen aan de aarde leggen!*

literatuur Ea-Wed-1, Wedlock en Roberge - Electronic Components and Measurements (1969) 1.2

waarschuwing Variacs (regeltransformatoren met instelbare uitgangsspanning) zijn geen scheidingstransformatoren.

De secundaire klemmen zijn direct met de primaire verbonden, zie fig. 3.3. Raadpleeg bij twijfel over de veiligheid van Uw schakeling direct Uw assistent. Zelfs als slechts 1 V over een variac wordt afgetakt kan de spanning t.o.v. aarde 220 V zijn.

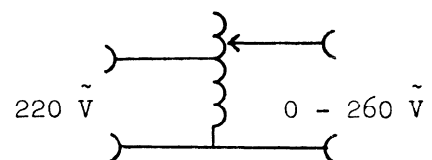


fig. 3.3 schema van variac

- exp. 3.1 Meet de spanning van het lichtnet.
- Meet de spanning van elk der beide klemmen van het lichtnet t.o.v. aarde.
 - Meet de spanning van elk der beide klemmen van de variac t.o.v. aarde
 - Meet de spanning van de klemmen van een 3-fasecontactdoos t.o.v. aarde en t.o.v. elkaar en verklaar de uitkomsten.
 - Meet ook de spanning van de 6,3 V-contactdoos met beide draaispoelmeters.

3.2 CONDENSATOREN EN SPOELEN

definitie Een condensator is een tweeklem, die is opgebouwd uit twee geleiders welke gescheiden zijn door een isolator of diëlectricum, terwijl elke geleider voorzien is van een aansluitpunt.

De belangrijkste eigenschap van een condensator is, dat de geleiders t.o.v. elkaar geladen kunnen zijn. Tussen het verschil in potentiaal ΔV en de lading Q bestaat een constante verhouding, die de capaciteit C van de condensator genoemd wordt. In formule:

$$Q = C \cdot \Delta V \quad (3.1)$$

vraag Wat is de eenheid van capaciteit en hoe is deze gedefinieerd?

opdracht Bereken, uitgaande van de formule $C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$ voor een vlakke condensator (A = oppervlakte van de platen, d = afstand tussen de platen, ϵ_r = diëlectrische constante) de capaciteit C , als hij bestaat uit opgerold folie van 2 cm breed en 5 m lang, waarbij $d = 1 \mu\text{m}$ en $\epsilon_r = 1$.

Condensatoren bestaan in verschillende uitvoeringen.

In de praktijk worden het meest gebruikt:

- 1) electrolytische condensatoren. Deze bestaan meestal uit twee aluminium-electroden, gescheiden door een zeer dun diëlectricum van aluminium-oxyde.
- 2) polyester condensatoren, bestaande uit opgewikkeld aluminiumfolie, gescheiden door een dun laagje polyester.
- 3) keramische condensatoren, bestaande uit twee metaalelectroden, gescheiden door een keramisch isolatiemateriaal.

Bij electrolytische condensatoren is de aansluitrichting op de positieve en negatieve pool van de gelijkspanningsbron van belang. Bij andere condensatoren is dit willekeurig.

Voor elke condensator geldt echter een maximum voor de tussen de elektroden aan te sluiten spanning. Boven deze waarde treedt doorslag van het diëlectricum op.

kleurcode De waarde van de capaciteit is meestal als getalwaarde op de condensator aangegeven. Vooral voor kleine capaciteiten wordt echter ook gebruik gemaakt van een kleurencode, zoals in het geval van weerstanden. Deze kleurcode is voor capaciteiten groter dan 10 picofarad (pf) dezelfde als die voor weerstanden. Voor capaciteiten kleiner dan 10 pf wijkt de code af in die zin dat met de derde ring x 0,1 wordt aangegeven met wit i.p.v. goud en x 0,01 met grijs i.p.v. zilver. Bovendien is op een condensator meestal een extra ring aangebracht om de maximaal toelaatbare spanning aan te geven. Raadpleeg in geval van twijfel een kleurcoderingskaart.

definitie Een spoel is een tweeklem die is opgebouwd uit een cilindervormig gewonden draad, waarvan de uiteinden de aansluitklemmen vormen. De spoel kan al dan niet gewikkeld zijn op een kern van magnetisch materiaal, b.v. ijzer of ferriet.

magnetische inductie Wanneer door een spoel met een totale lengte l , bestaand uit N windingen met elk een oppervlakte A een stroom i loopt, dan is de magnetische inductie B in de spoel

$$B = \mu_r \mu_o Ni/l \quad (3.2)$$

μ_r is de relatieve permeabiliteit van het materiaal waarop de spoel gewikkeld is.

μ_o is de permeabiliteit van het vacuüm.

inductie-flux De totaal door de spoel omvatte inductieflux ϕ is

$$\phi = NBA = \mu_r \mu_o N^2 i A / l \quad (3.3)$$

inductie-spanning Wanneer de flux in de tijd varieert (b.v. doordat de stroom varieert) ontstaat over de aansluitklemmen van de spoel een inductiespanning.

$$v_{ind}(t) = -d\phi(t)/dt = -\mu_r \mu_o N^2 A / l \cdot di(t)/dt \quad (3.4)$$

Omdat de inductiespanning de fluxverandering tegenwerkt is er een minteken in de formule opgenomen. De coëfficiënt van zelfinductie L definiëren we als de constante verhouding welke bestaat tussen $v_{ind}(t)$ en $-di(t)/dt$, dus

$$L = \mu_r \mu_o N^2 A / l \quad (3.4a)$$

opdracht Ga na wat de dimensies en de eenheden zijn van de gebruikte grootheden.

voorbeeld De dimensie van B is ; de eenheid van B is
 De dimensie van ϕ is ; de eenheid van ϕ is
 De dimensie van μ_o is ; de waarde van μ_o is
 De dimensie van μ_r is ; de eenheid van μ_r is
 De dimensie van L is ; de eenheid van L is

opdracht Bereken L voor een spoel van 1000 windingen met een diameter van 0,02 m en een lengte van 0,10 m in lucht.

3.3 WISSELSpanningsKARAKTERISTIEKEN VAN TWEEKLEMMEN

We zullen nu het verband tussen wisselstroom en wisselspanning (wisselspanningskarakteristiek) bestuderen bij enkele tweeklemmen zoals weerstanden, spoelen, condensatoren en combinaties daarvan.

complexe notatie Om berekeningen van relaties tussen wisselspanning en wisselstroom eenvoudig te kunnen uitvoeren maken we gebruik van de zgn. complexe notatie. Dat wil zeggen, dat we de diverse grootheden opschrijven als complexe getallen en tekenen als vectoren in het complexe vlak. Voor een complex getal kunnen we drie schrijfwijzen hanteren, welke volledig equivalent zijn (zie fig. 3.4):

$$z = a + ib = r(\cos \alpha + i \sin \alpha) = r \cdot e^{i\alpha} \quad (3.5)$$

De laatste gelijkheid is bekend als de zgn. formule van Euler.

Een samenvatting van de collegestof van Dr. Bresters hierover staat in hoofdstuk 5 van de inleiding (p. I-7 e.v.).

Een complex getal heeft een absolute waarde en een argument.

De absolute waarde is

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2} = r$$

Het argument wordt gegeven door:

$$\arg z = \alpha = \text{bgtg } b/a$$

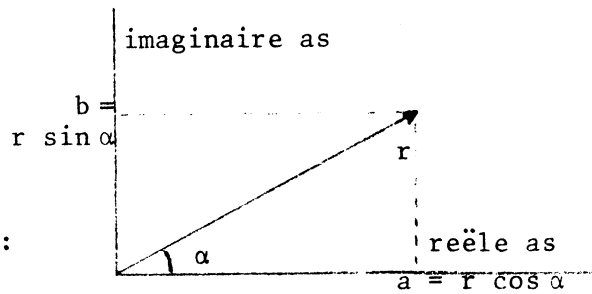


fig. 3.4 complexe getallen

- opm. 1 In de electriteitsleer gebruiken we meestal j i.p.v. i om verwarring met de stroom te vermijden.
- opm. 2 In deze handleiding zullen we voor complexe grootheden een schuingedrukte letter gebruiken.

We gebruiken deze complexe notatie als volgt:

Stel op een schakeling is een spanningsbron met $v(t) = \hat{V} \cos \omega t$ aangesloten.

We spreken nu af, dat deze "fysische" spanning gerepresenteerd wordt door het reële deel van een "complexe spanning". Deze complexe spanning moet zijn:

$$v(t) = \hat{V} e^{j\omega t} \tag{3.6}$$

want uit de formule van Euler

$$e^{j\alpha} = \cos \alpha + j \sin \alpha$$

volgt

$$v(t) = \hat{V}(\cos \omega t + j \sin \omega t), \tag{3.7}$$

zodat het reële deel van $v(t)$ gelijk is aan $v(t)$:

$$\text{Re}[v(t)] = \hat{V} \cos \omega t = v(t) \tag{3.8}$$

Analoog schrijven we voor een t.o.v. $v(t)$ in fase verschoven wisselspanning:

$$w(t) = \hat{W} e^{j(\omega t + \phi)} \tag{3.9}$$

We kunnen de complexe spanningen en stromen voorstellen als vectoren in het complexe vlak, die ronddraaien met een hoeksnelheid ω .

De projectie op de reële as is $\hat{V} \cos \omega t$ en de projectie op de imaginaire as is $\hat{V} \sin \omega t$. De werkelijke momentane spanning vinden we dus ook door de projectie op de reële as te nemen.

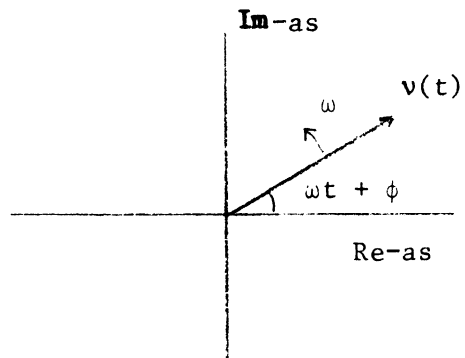


fig. 3.5 momentopname op tijdstip t

- opm. De spanning die we meten met een universeelmeter is, zoals eerder gezegd:

$$V_{\text{eff}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{V} = \frac{1}{\sqrt{2}} |v|.$$

We gaan nu de relaties tussen wisselspanningen en -stromen afleiden voor weerstanden, condensatoren en spoelen. In het bijzonder zullen we nagaan, of we deze relaties in de vorm van de wet van Ohm kunnen brengen.

1) weerstanden.

Net zoals bij gelijkspanningen, zal op ieder tijdstip t moeten gelden:

$$v(t) = i(t) \cdot R \quad (3.10)$$

De stroom heeft dus per def. dezelfde frequentie en fase als de spanning, zie fig. 3.6.

Schrijven we

$$i(t) = \hat{I} \cos \omega t,$$

dan is

$$v(t) = \hat{I} R \cos \omega t = \hat{V} \cos \omega t.$$

En ook

$$\hat{V}(\cos \omega t + j \sin \omega t) = \hat{I} R (\cos \omega t + j \sin \omega t)$$

dus:

$$\hat{V} \cdot e^{j\omega t} = \hat{I} R \cdot e^{j\omega t},$$

of

$$v(t) = i(t) \cdot R$$

De wet van Ohm voor weerstanden kan dus ook in de complexe notatie gegeven worden.

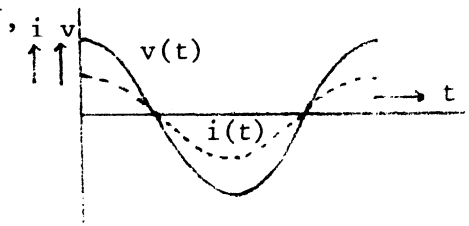


fig. 3.6 $v(t) = i(t) \cdot R$

2) condensatoren

Voor condensatoren geldt op

$$\text{ieder tijdstip: } q(t) = C \cdot v(t) \quad (3.11)$$

$$\text{Differentiëren geeft: } \frac{dq}{dt} = i = C \frac{dv}{dt}.$$

$$\text{Stellen we } v(t) = \hat{V} \cos \omega t,$$

dan volgt:

$$i(t) = -\omega C \hat{V} \sin \omega t = \omega C \hat{V} \sin(-\omega t) = \omega C \hat{V} \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}). \quad (3.12)$$

We zien, dat de stroom eveneens sinusvormig is en dezelfde frequentie heeft als de spanning, echter met een fasevoorsprong van 90° ; zie fig. 3.8.

Het verband tussen v en i is nu niet meer zo eenvoudig als bij weerstanden. Nu blijkt het voordeel van de complexe notatie; immers dan vinden we,

$$\text{als } v = \hat{V} \cdot e^{j\omega t},$$

$$i = j\omega C \hat{V} \cdot e^{j\omega t}$$

$$\text{dus } v = \frac{1}{j\omega C} \cdot i.$$

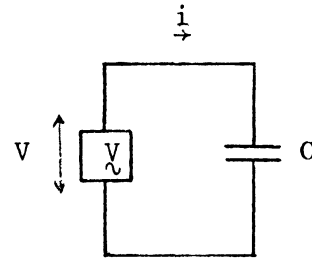


fig. 3.7 condensator

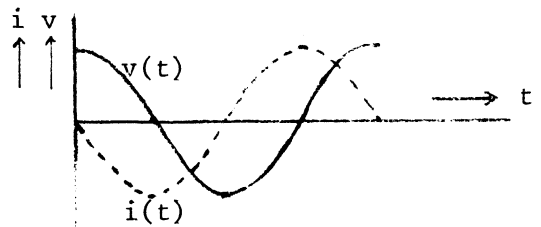


fig. 3.8 $i(t) = \omega C \hat{V} \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}),$
 $v(t) = \hat{V} \cos \omega t$

We voeren nu voor de evenredigheidsfactor tussen v en i het begrip *complexe weerstand* of *impedantie* in, zodat geldt:

$$v = Z \cdot i, \text{ als } Z = \frac{1}{j\omega C} \quad (3.13)$$

Een condensator voldoet dus aan de "complexe wet van Ohm" en heeft een impedantie van $1/j\omega C$.

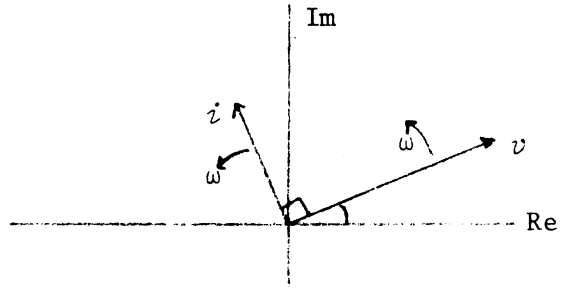


fig. 3.9 i en v bij een condensator

$$\text{Merk op dat } \text{Re} [i(t)] = \omega C \hat{V} \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}). \quad (3.14)$$

3) spoelen

Voor spoelen geldt op ieder

$$\text{tijdstip: } v = L \frac{di}{dt} \quad (3.15)$$

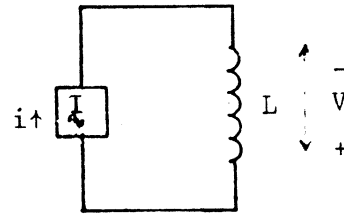


fig. 3.10 spoel

opmerking

Er komt nu geen minteken in de formule. Een *toename* van de stroom geeft volgens de formule een *positieve* inductiespanning, die op zijn beurt een stroom wil veroorzaken tegen de richting van i in (zie fig. 3.10) De inductiespanning werkt inderdaad de stroomverandering tegen!

Met $i = \hat{I} \cos \omega t$ volgt:

$$\begin{aligned} v &= -\omega L \hat{I} \sin \omega t = \omega L \hat{I} \sin(-\omega t) \\ &= \omega L \hat{I} \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}). \end{aligned} \quad (3.16)$$

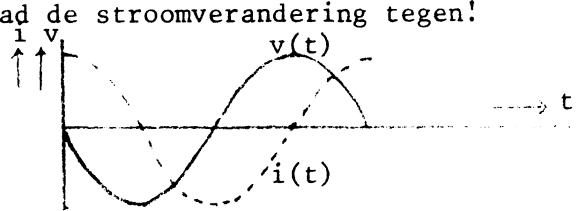


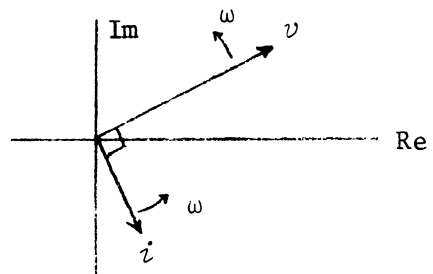
fig. 3.11 $i(t) = \hat{I} \cos \omega t$
 $v(t) = \omega L \hat{I} \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$

De spanning blijkt eveneens sinusvormig te zijn, met de zelfde frequentie, echter met een fasevoorsprong van 90° ten opzichte van de stroom.

Ook hier is het verband tussen spanning en stroom niet zo eenvoudig, maar in de complexe notatie krijgen we,

$$\begin{aligned} \text{met } i &= \hat{I} \cdot e^{j\omega t} \\ v &= j\omega L \hat{I} \cdot e^{j\omega t}, \end{aligned}$$

zodat $v = Z \cdot i$, als $Z = j\omega L$ (3.17) fig. 3.12 i en v bij een spoel



$$\text{Merk op, dat } \text{Re} [v(t)] = \omega L \hat{I} \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) \quad (3.18)$$

CONCLUSIE

De resultaten laten zien dat *in de complexe notatie* voor alle drie elementen de relatie tussen wisselspanning en -stroom geschreven kan worden in de vorm $v = Z.i$.

We kunnen nu voor *elke* combinatie van lineaire bronnen, weerstanden, spoelen en condensatoren met behulp van deze veralgemeende wet van Ohm de spanningen en stromen berekenen. Dit berust op het feit, dat het gedrag van deze tweeklemmen - en dus ook het gedrag van netwerken opgebouwd uit deze tweeklemmen - beschreven kan worden door lineaire differentiaalvergelijkingen met constante coëfficiënten.

Uit dit alles volgt dat we nu bij een combinatie van elementen met impedanties op dezelfde manier kunnen rekenen als met weerstanden in het geval van gelijkstroom. Met name behouden de stellingen van Thévenin en Norton hun geldigheid.

opmerking Elementen waarvan de impedantie reëel is, noemt men "zuiver ohms". Men spreekt ook wel van "ohmse weerstanden".

voorbeelden

serieschakeling We stellen weer: $v(t) = \hat{V}\cos \omega t$
 en $v(t) = \hat{V}e^{j\omega t}$.

$$\begin{aligned} v(t) &= (Z_R + Z_L + Z_C)i(t) = Zi(t) = \\ &= (R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C})i(t). \\ &= [R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})]i(t) \\ &= |Z| e^{j\phi} i(t) \end{aligned}$$

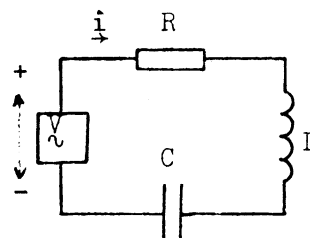


fig. 3.13 serieschakeling R, L en C

Hierin is $|Z| = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$ (3.19)

en $\phi = \text{bgtg } \frac{1}{R} (\omega L - \frac{1}{\omega C})$ (3.20)

parallelschakeling $i(t) = \frac{1}{Z} v(t) = (\frac{1}{Z_R} + \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_C})v(t)$
 $= (\frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C)v(t)$
 $= [\frac{1}{R} + j(\omega C - \frac{1}{\omega L})]v(t)$

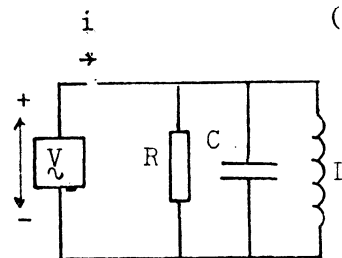


fig. 3.14 parallelschakeling R, L en C

We vinden $Z = \frac{1}{\frac{1}{R} + j(\omega C - \frac{1}{\omega L})} = |Z| e^{j\phi}$
 $|Z| = \frac{1}{\{\frac{1}{R^2} + (\omega C - \frac{1}{\omega L})^2\}^{\frac{1}{2}}}$ (3.21)

en $\phi = -\text{bgtg } R(\omega C - \frac{1}{\omega L}) = \text{bgtg } R(\frac{1}{\omega L} - \omega C)$ (3.22)

vectordiagrammen

De relaties tussen de spanningen en stromen in beide voorbeelden kunnen verduidelijkt worden m.b.v. een vectordiagram, dat gevonden wordt door ze te tekenen in het complexe vlak op een geschikt gekozen tijdstip.

Bij de serieschakeling kiezen we t zo, dat i langs de reële as ligt. We kunnen nu de spanningen over de elementen tekenen.

v_R is in fase met de stroom, de spanning over de spoel is

$\frac{\pi}{2}$ voor en v_C , de spanning over de condensator is $\pi/2$ achter.

Door de spanningen, als waren het vectoren, op te tellen, krijgen we in het vectordiagram gemakkelijk de fasehoek tussen stroom en spanning en de totale spanning.

Bij de parallelschakeling kiezen we t zo, dat v langs de reële as ligt. De stroom door de condensator is $\pi/2$ vóór, die door de spoel $\pi/2$ achter.

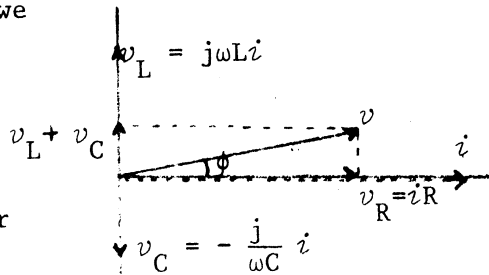


fig. 3.15 vectordiagram serieschakeling

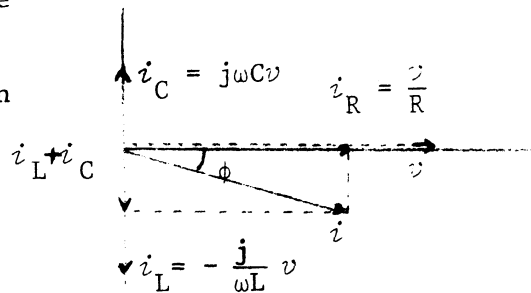


fig. 3.16 vectordiagram parallelschakeling

opdracht

Ga na hoe de relatie tussen stroom en spanning berekend kan worden voor een serieschakeling van R, L en C zonder gebruik te maken van de complexe notatie (zie b.v. Kronig - Leerboek der Natuurkunde H IV 66).

exp. 3.2

Bepaal voor drie verschillende serieschakelingen de fasehoek tussen stroom en spanning.

Neem een spoel van ca 1,5 H, een condensator van 4,7 μ F en een weerstand van 330 Ω . Gebruik als spanningsbron een 6,3 V scheidingstransformator.

1. Bouw een serieschakeling van een weerstand en een condensator en meet de spanning over de elementen.
2. Idem voor een serieschakeling van weerstand en spoel.
3. Idem voor een serieschakeling van weerstand, spoel en condensator.
4. Meet de spanning van de spanningsbron.
5. Meet met een Marconimeetbrug de zelfinductie van de spoel, de capaciteit van de condensator en de grootte van de weerstand. Meet ook de weerstand van de spoel.

Werk de resultaten uit met behulp van vectordiagrammen.

ad 1) Ga na of de hoek tussen v_R en v_{cond} $\pi/2$ is. Bepaal $\text{tg } \phi$.

- ad 2) v_{spoel} heeft een reële en een imaginaire component.
 Is de hoek tussen v_R en v_{spoel} groter of kleiner dan $\pi/2$?
 Bepaal $\text{tg } \phi$. De reële component van v_{spoel} duidt op aanwezigheid van een soort ohmse weerstand. Hoe groot is deze en hoe wordt deze veroorzaakt? Verklaar (kwalitatief) het verschil met de meting onder 5.
- ad 3) Stel eerst de vectoren v_R en v_{cond} samen en construeer daarna het verdere diagram.
 Bepaal $\text{tg } \phi$.
- ad 4) Bereken tot slot de capaciteit van de condensator en de zelfinductie van de smoorspoel uit de waarde van de weerstand. Vergelijk de uitkomsten met de meetresultaten.

3.4 BLOKSPANNING

definitie We noemen een periodieke spanning een blokspanning, wanneer geldt:

$$v(t) = \begin{cases} V_1 & \text{voor } t_1 \leq t < t_2 \\ V_2 & \text{voor } t_2 \leq t < t_1 + T \end{cases}$$

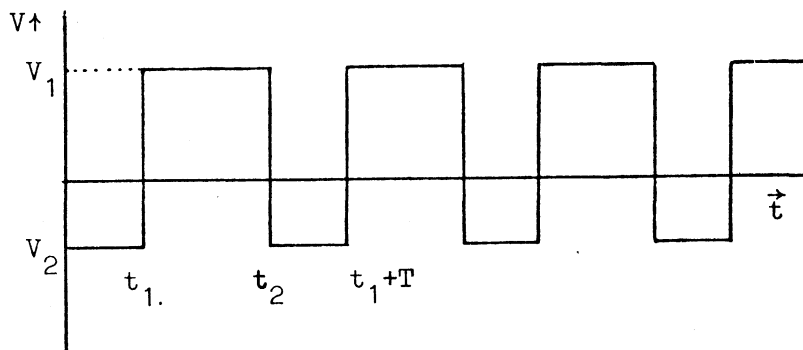


fig. 3.17 een blokspanning

Op de meeste sinusgeneratoren is ook een blokspanningsuitgang aanwezig. Meestal is $t_2 - t_1 = \frac{1}{2}T$. V_1 of V_2 kan de waarde 0 hebben.

3.5 ZAAGTANDSPANNING

definitie We noemen een periodieke spanning een zaagtandspanning, wanneer geldt:

$$v(t) = V_0 + V_1(t - t_1); \quad t_1 < t \leq t_1 + T.$$

In fig. 3.18 is het verloop van een zaagtandspanning getekend voor een positieve waarde van zowel V_0 als V_1 .

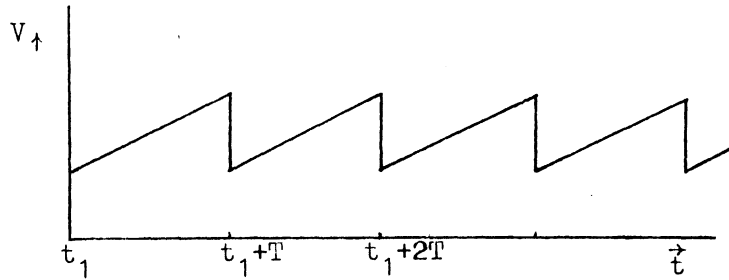


fig. 3.18 een zaagtandspanning

3.6 SPRONGEN EN PULSEN

definitie Een sprong is een spanning welke voor $-\infty < t < t_1$ de waarde 0 bezit en voor $t_1 \leq t < \infty$ de waarde V , zie fig. 3.19.

Ga na dat een blokspanning opgebouwd kan worden uit een reeks van sprongen met verschillende t_1 .

definitie Een puls is een spanning welke voor $t_1 < t < t_1 + \Delta t$ de waarde V bezit en voor $t < t_1$ en $t > t_1 + \Delta t$ de waarde 0.

Ook spanningen die geen rechthoekig verloop hebben, maar waarvan Δt klein is, noemt men pulsen, zie fig. 3.20.

Als maat voor de grootte van de puls wordt dan vaak het oppervlak (de integraal) gegeven.

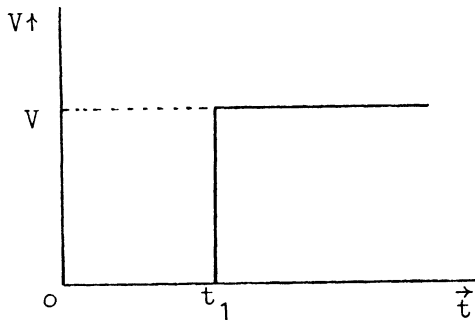


fig. 3.19 sprongfunctie

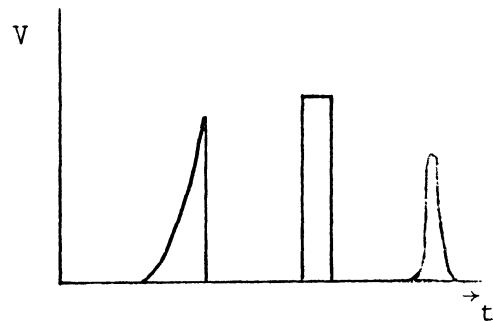
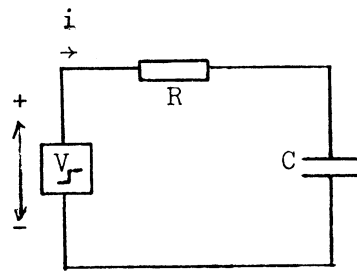


fig. 3.20 verschillende voorbeelden van pulsen

3.7 RESPONSIE VAN EERSTE ORDE SYSTEMEN OP SPRONGFUNCTIES

responsie Wanneer op een systeem een storing wordt aangebracht, dan reageert dat systeem daarop op een wijze die specifiek is voor dat systeem. Deze reactie noemt men responsie. We kunnen informatie over het systeem verkrijgen door de responsie van het systeem te vergelijken met de aangebrachte storing. We zullen ons nu beperken tot de RC- en RL-combinatie Dit zijn eerste orde systemen, omdat hun gedrag beschreven kan worden met een 1e orde differentiaalvergelijking. (De LC-combinatie is een 2e orde systeem.)

RC combinatie We laten op een serieschakeling van een condensator en een weerstand een spanningsverandering in de vorm van een sprongfunctie werken, zie fig. 3.21.



$$v_f = v(t) = 0 \text{ voor } t < 0$$

$$= V \text{ voor } t \geq 0$$

fig. 3.21 responsie op sprongfunctie van een RC-combinatie

Ook bij veranderende spanningen en stromen gelden de wetten van Kirchhoff. Voor de kring uit fig. 3.21 geldt dan:

$$v(t) = v_R(t) + v_C(t) = i(t)R + q(t)/C \quad (3.23)$$

Uit de definitie van elektrische stroom volgt, dat $i(t) = dq(t)/dt$. We differentiëren (3.23) naar de tijd:

$$\frac{dv(t)}{dt} = R \cdot \frac{di(t)}{dt} + \frac{i(t)}{C} \quad (3.24)$$

Nu is voor $t \neq 0$ $\frac{dv(t)}{dt} = 0$, dus gaat (3.24) voor $t \neq 0$

over in $\frac{di(t)}{dt} = -i(t)/RC$.

Deze differentiaalvergelijking heeft als oplossing

$$i(t) = i_0 \cdot e^{-t/RC} \quad (3.25)$$

Hierin is i_0 een integratieconstante, waarvan de waarde gelijk is aan de waarde van i op $t = 0$, dus $i_0 = i(0)$.

We nemen aan, dat de condensator aanvankelijk ongeladen was, d.w.z.

$q(0) = 0$, terwijl op $t = 0$ geldt dat $v(t) = v(0) = V$.

Op $t = 0$ geldt dan: $V = v_R(0) + v_C(0) = i(0) \cdot R + 0$ of $i(0) = V/R$.

Substitutie hiervan in (3.25) levert de oplossing van (3.23):

$$i(t) = \frac{V}{R} \cdot e^{-t/RC} = \frac{V}{R} \cdot e^{-t/\tau}, \text{ met } \tau = RC. \quad (3.26)$$

Voor grote waarde van t gaat de stroom dus exponentieel naar nul.

De lading $q(t)$ van de condensator en hiermee de spanning $v_C(t)$ kunnen nu worden bepaald uit

$$q(t) - q(0) = \int_0^t i(t) dt.$$

opdracht

Bereken de lading q op de condensator als functie van de tijd in bovenstaand geval en teken dit in fig. 3.22.

Teken het verloop van de condensatorspanning v_C en de spanning over de weerstand als functie van de tijd in fig. 3.23.

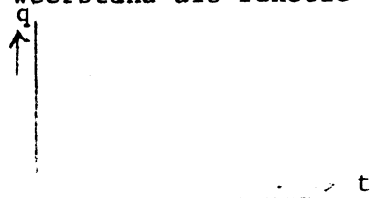


fig. 3.22 $q(t)$

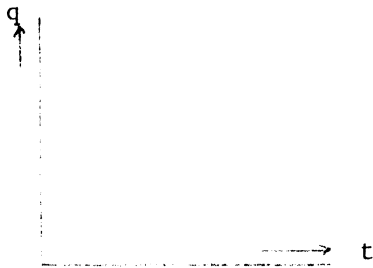


fig. 3.23 $v_C(t)$ en $v_R(t)$

Wanneer $v(t) = V$ voor $t < 0$
 $= 0$ voor $t \geq 0$

resulteert $i(t) = -\frac{V}{R} e^{-t/\tau}$ (3.27)

opdracht Bereken ook voor dit geval $q(t)$ en teken $q(t)$ in fig. 3.24.
 Teken $v_C(t)$ en $v_R(t)$ in fig. 3.25.

fig. 3.24 $q(t)$ fig. 3.25 $v_C(t)$ en $v_R(t)$

opdracht Teken in fig. 3.26 de responsie op een blokspanning.

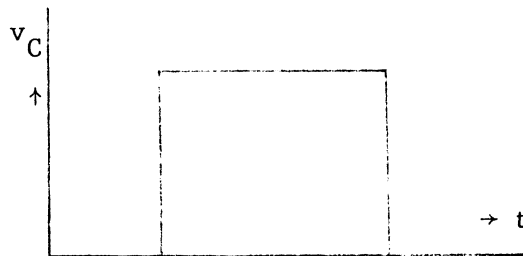


fig. 3.26 responsie van RC-keten op blokspanning

Uit (3.26) en (3.27) blijkt dat het product RC een grootheid is die karakteristiek is voor de responsie van een serieschakeling van R en C .

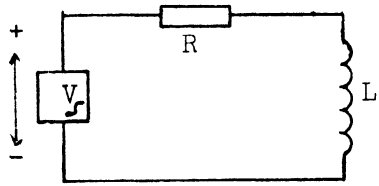
vraag Wat is de dimensie van RC ? $[RC] =$

definitie *De RC-tijd is het tijdsinterval waarin de spanning over de condensator stijgt of daalt tot op 1/e van de waarde aan het begin van het interval.*

exp. 3.3 Een condensator C , waarover een spanning V staat, wordt over een weerstand R ontladen. Meet v_C als functie van de tijd. Zet het resultaat uit op v_C halflogaritmisch papier en bereken hieruit de RC -tijd. Vergelijk deze waarde met die, berekend uit het product van R en C .

aanwijzing De weerstand R wordt gevormd door een voltmeter. Neem als condensator een polyestercondensator van b.v. $4,7 \mu\text{F}$. Let op de maximaal toegelaten spanning op de condensator. Teken het schakelschema en overleg de meting met Uw assistent.

RL-combinatie Net als bij de condensator gaan we de responsie na van een serieschakeling van een spoel en een weerstand op een sprongfunctie, zie fig. 3.27.



$$v_T = v(t) = 0 \text{ voor } t < 0$$

$$= V \text{ voor } t \geq 0$$

fig. 3.27 responsie op sprongfunctie van een RL-combinatie

Volgens de tweede wet van Kirchhoff is voor ieder tijdstip t

$$v(t) = v_R(t) + v_L(t) = i(t)R + L \frac{di(t)}{dt} \quad (3.28)$$

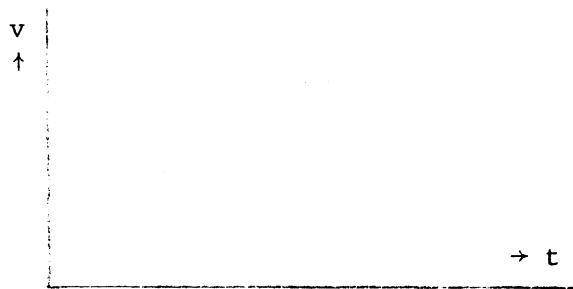
opdracht Integreer deze differentiaalvergelijking (d.w.z. los deze op).

aanwijzing Voer eerst de substitutie uit:

$i(t)R - V = x(t)$, waardoor met $R \frac{di(t)}{dt} = \frac{dx(t)}{dt}$ de differentiaalvergelijking reduceert tot hetzelfde type als bij de RC-combinatie.

antwoord $i(t) = \frac{V}{R} (1 - e^{-t/\tau})$ met $\tau = \frac{L}{R}$. (3.29)

opdracht Bereken en schets de spanningen $v_R(t)$ en $v_L(t)$ in fig. 3.28.

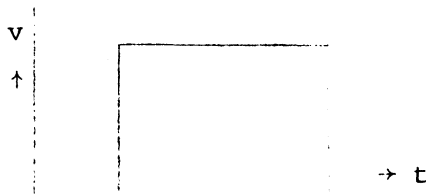
fig. 3.28 $v_R(t)$ en $v_L(t)$

Uit formule (3.29) is te zien dat de grootheid $\frac{L}{R}$ karakteristiek is voor de responsie van een serieschakeling van R en L .

vraag Wat is de dimensie van $\frac{L}{R}$? $[L/R] =$

opmerking In de praktijk is de eigen weerstand van de spoel meestal te groot om de inschakeleffecten te kunnen waarnemen op dezelfde wijze als bij de RC-combinatie in exp. 3.3.

opdracht Teken in fig. 3.29 de responsie op een blokspanning.

fig. 3.29
responsie op blokspanning van een RL-combinatie.

4. DE ELECTRONENSTRAALOSCILLOSCOOP

4.0 INLEIDING

doel- Wanneer U de experimenten uit dit hoofdstuk hebt uitgevoerd, zult U
stelling elke normale oscilloscoop kunnen gebruiken om spanningen, frequenties
en faseverschillen te meten.

inleiding In het vorige hoofdstuk hebben we gezien, dat we met de universeelmeters
alleen informatie kunnen krijgen over de effectieve waarde van de te
meten wisselspanning en dat nog slechts tot een bepaalde frequentie.
Vaak zijn we echter ook geïnteresseerd in andere facetten, zoals de
faseverschuiving en de vorm van de spanning als functie van de tijd of
de frequentie. Juist voor deze punten is de oscilloscoop het aangewezen
instrument.

4.1 BESCHRIJVING VAN DE OSCILLOSCOOP

literatuur + Ea-Wolf-1, Wolf - Guide to Electronic Measurements and Laboratory
Practice (1973) H.9
O Ea-Phi-12, Philips - Experiments and Measurements with oscilloscopes
O Philips - Diaserie "de kathodestraaloscillograaf"
Δ Ea-Bee-1, Beerens en Kerkhofs - 101 proeven met de oscilloscoop
(1966) H.1
Δ Ea-Bee-2, Beerens - Meetapparaten en meetmethoden (1968) H.2
Δ Ea-Mal-1, Malmstadt, Enke en Toren - Electronics for Scientists
(1963) 1.8
+ Ea-Tow-1, Towers - Electronics Laboratory Instrument Practice
(1967) H.7

oscillos- We zullen de diverse onderdelen van een oscilloscoop kort bespreken
coop aan de hand van een blokschema, zie fig. 4.1

blokschema In een blokschema tekenen we niet alle elementen afzonderlijk, maar
vatten alle elementen, die met elkaar een eenheid vormen met een spe-
cifieke functie, in een blok samen. Een blokschema geeft dus een over-
zicht van de specifieke functies binnen een apparaat en hun onderlinge
samenhang.

afkor- De gebruikte afkortingen of letters hebben de volgende betekenis:

tingen
a is de gelijkspanningsbron
b is de elektronenstraalbuis
c en d zijn versterkers
e is een zaagtandgenerator
ff is de gloeidraad van de elektronenstraalbuis
k is de katode van de elektronenstraalbuis
g₁ is een rooster van de elektronenstraalbuis
g₂ en g₃ zijn anoden van de elektronenstraalbuis
y en x zijn de afbuigplaten
ac betekent alternating current
dc betekent direct current
gnd betekent ground of massa

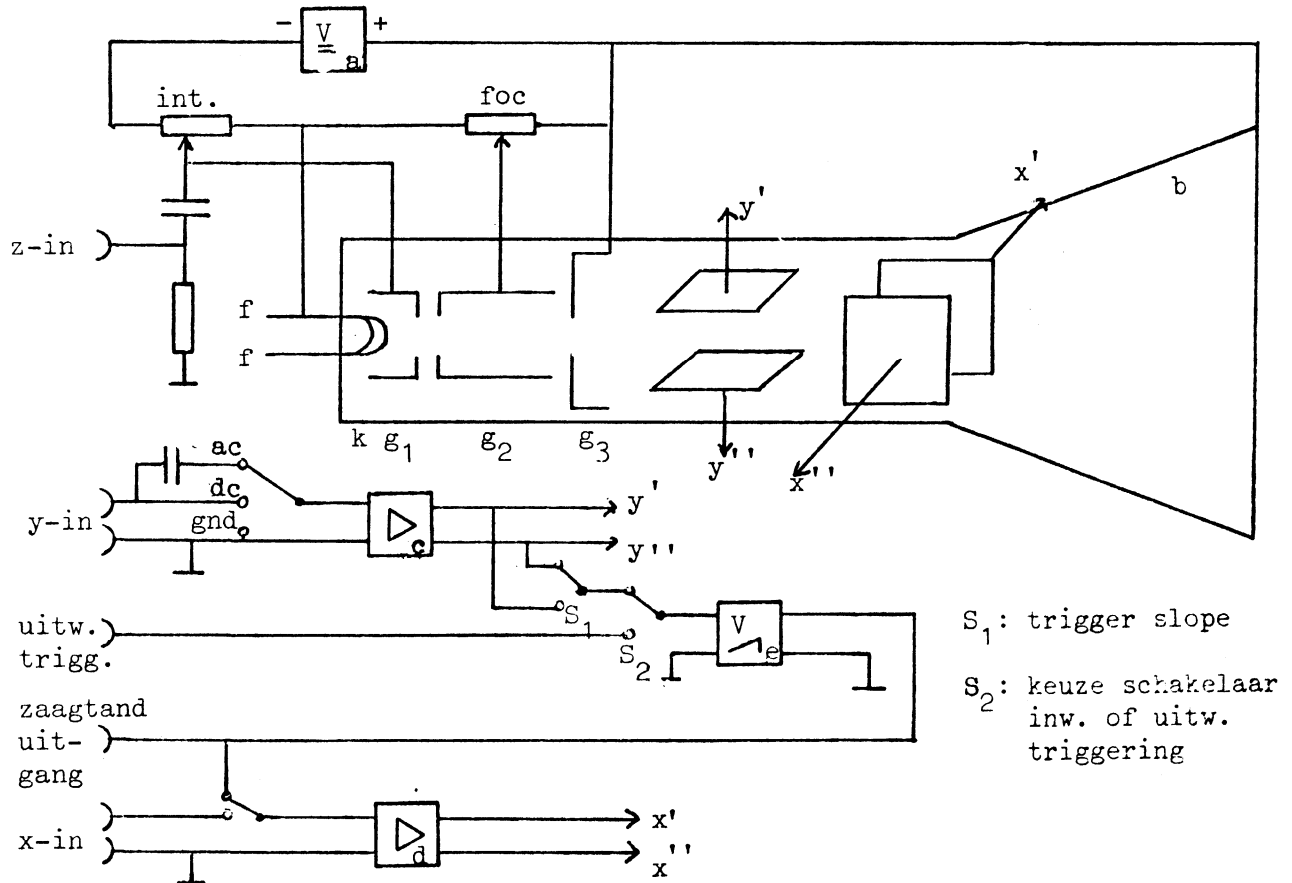


fig. 4.1 blokschema oscilloscoop

- voeding In het apparaat is een gelijkspanningsvoeding ingebouwd (a), welke van de 220 V wisselspanning de vereiste gelijkspanning maakt.
- electronen- Het hart van de oscilloscoop is de elektronenstraalbuis. Daarin bevindt zich een elektronenkanon, dat een elektronenstraal uitzendt.
- vragen Welke elektrode zorgt voor de versnelling van de elektronen? Wat is het teken van de spanning van g_1 t.o.v. k ?
- intensiteit Verklaar hoe de potentiaal (spanning) van g_1 de intensiteit van de elektronenstraal kan regelen.
- focusse- In fig. 4.2 zijn de elektroden g_2 en g_3 nog eens vergroot overgetekend. Teken het verloop van de elektrische krachtlijnen tussen g_2 en g_3 . Schets ook enige equipotentiaalvlakken. Waar is \vec{E} het grootst? Verklaar hoe focussering kan optreden.
- afbuiging Waardoor wordt de elektronenstraal afgebogen?
- versterkers We zien in het blokschema twee versterkers: de Y- en de X-versterker (c en d). In principe is er tussen deze twee geen enkel verschil, in de praktijk echter is de X-versterker meestal eenvoudiger (dus goedkoper) uitgevoerd. Deze versterkers vergroten de spanning tot het voor de elektronenstraalbuis benodigde niveau.

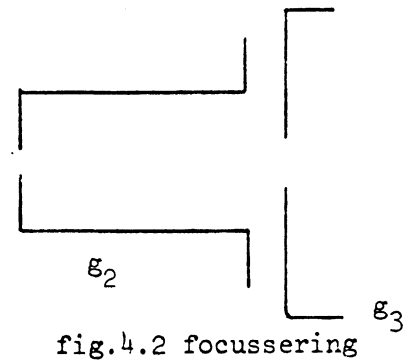
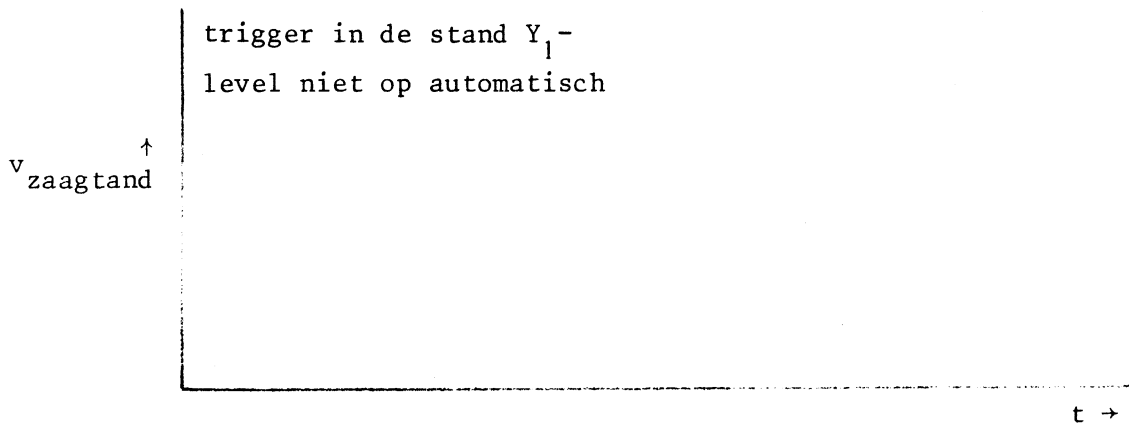
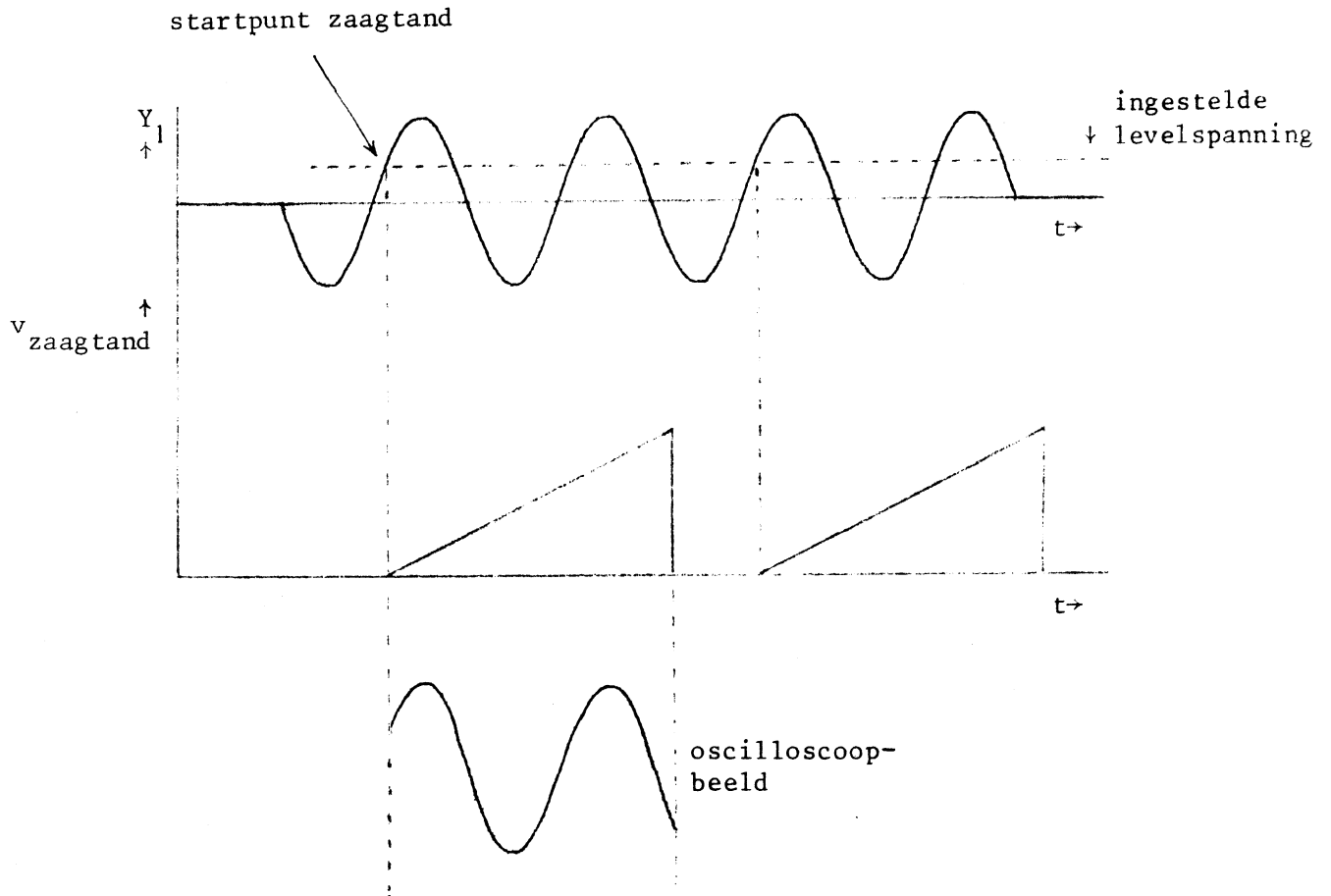


fig.4.2 focussering

- stappen-
verzwakker Voor de versterker bevindt zich een verzwakker die ons in staat stelt de grootte van het signaal dat we aan de versterker toevoeren in ge-calibreerde stappen te regelen. Ter controle van de nulinstelling kan de ingang van de versterker worden geaard. Het te onderzoeken signaal wordt hierbij niet geaard.
- ac/dc Aan de ingang van de Y-versterker zien we een ingangscondensator zitten. De functie hiervan is een eventueel aanwezige gelijkspanningscomponent tegen te houden, zijn we ook in deze gelijkspanning geïnteresseerd, dan kunnen we de condensator kortsluiten.
- dubbel-
straal Op sommige oscilloscopen kan men twee verschillende signalen gelijk-tijdig zichtbaar maken. Bij de oscilloscoop Advance OS 1000 en OS 1000A kan men verder het signaal Y1 direkt op de X-platen aansluiten in plaats van de tijdbasisgenerator. Voordeel is, dat we hierdoor over twee identieke versterkers beschikken voor het X- en het Y-sig-naal.
- zaagtand-
generator De zaagtand - tijdbasisgenerator (e) is een schakeling die een perio-dieke zaagtandvormige spanning levert, en wordt gebruikt om de elec-tronenstraal eenparig van links naar rechts over het scherm te laten bewegen. Daartoe kan de uitgang van de generator verbonden worden met de ingang van de X-versterker.
- tijdbasis De periode van de zaagtand kan ingesteld worden met de knop "tijdbasis".
- triggeren De zaagtandgenerator start na ontvangst van een triggersignaal, en wel zodra dit signaal een met de knop "level" in te stellen waarde bereikt. Het triggersignaal kan afkomstig zijn van de ingangen Y1, Y2 of "exter-nal" en ook nog van de 50 Hz-netspanning ("line"). Een keuze wordt ge-maakt met de knop "trigger".
Met dezelfde knop kan gekozen worden voor triggeren bij toenemende of afnemende spanning ("+" of "-").
- level Wanneer de met de knop "level" ingestelde waarde hoger of lager is dan de grootte van het triggersignaal, dan wordt de generator niet gestart. De correctie hiervan is duidelijk.
- automatisch Wanneer de knop "level" in de stand "automatisch" wordt geplaatst start de zaagtandgenerator automatisch een aantal malen per sec. Is er eventueel een triggersignaal aanwezig, dan reageert de zaagtand-generator daarop alsof de knop "level" in de middenpositie stond.
- voorbeeld In fig. 4.3 staat een voorbeeld van triggeren op een bepaalde positieve waarde van de signaalspanning en een positieve "trigger slope".
- opdracht Vul fig. 4.3 verder aan voor het geval, dat de keuzeschakelaar "trigger slope" op "-" staat, en de "level" op een negatieve waarde is ingesteld.

signaalspanning op Y_1 -ingang
trigger in de stand $Y_1 +$
level niet op automatisch



← oscilloscoopbeeld

fig. 4.3 inwendige triggering

4.2 INSTELLING VAN DE OSCILLOSCOOP

We zullen de instelling van een oscilloscoop punt voor punt beschrijven. Wanneer U zich aan deze routinehandelingen houdt, kunt U vrijwel elke voorkomende oscilloscoop bedienen.

waarschuwing *Zorg ervoor dat er nooit een stilstaande stip met te grote helderheid op het scherm blijft staan, daar hierdoor het scherm ernstig beschadigd kan worden.*

- exp. 4.1
- 1) Steek de contactstop in de contactdoos, zoek de aan/uit schakelaar op en zet het apparaat aan. Wacht ca 1 minuut.
 - 2) Zet de knop "level" op automatisch.
 - 3) als er geen lichtende lijn te zien is, doe dan het volgende:
 - a. zet de tijdbasis-stappenschakelaar op 1 msec/cm,
 - b. controleer of de X- en Y- positieknoppen ongeveer in de middenpositie staan;
 - c. controleer of de helderheidsknop voldoende open staat.

Nu moet er een lijn op het scherm te zien zijn, zo niet, waarschuw dan de assistent.

Verdere procedure:

- 4) regel de helderheid en de focusering zodanig bij, dat een niet te helle, maar scherpe lijn op het scherm staat;
- 5) sluit op één der Y-ingangen een sinusvormige spanning aan (de uitgang van een sinusgenerator, frequentie ca 1 kHz);
- 6) zet de keuzeschakelaar "trigger" in de gewenste stand;
- 7) zet de snelheidskeuzeschakelaar van de tijdbasis zo, dat er tenminste één volledige sinus op het scherm staat;
- 8) zet de ingangsverzwakker zo, dat de amplitude van het beeld groter is dan 1cm;
- 9) Lees de top-topspanning af van de sinus op het oscilloscoopscherm en ga na wat de effectieve waarde van die spanning is; Bepaal tevens de frequentie van de aangesloten spanning. Let op, dat de knoppen "variable" in de stand "cal" (calibratie) staan;
- 10) Controleer de ijking van de Y-verzwakker en van de tijdbasis. Gebruik hiervoor de 1 V calibratiespanning die op het frontpaneel van de oscilloscoop beschikbaar is. De calibratiespanning is een blokspanning met een frequentie van 50 Hz. Onderzoek ook de invloed van de continue regeling van de Y-verzwakker en van de tijdbasis.
- 11) Meet de ingangsweerstand van de oscilloscoop op het d.c.-bereik.

4.3 LISSAJOUSFIGUREN

- literatuur + Ea-Mal-1, Malmstadt e.a. - Electronics for Scientists (1963) H.1.8
 Δ A-Kro-1, Kronig, leerboek der Natuurkunde (1966) III 4
 Δ A-Sea-1, Sears en Zemansky, University Physics (1967) 11.7
 Δ A-Alo-1, Alonso en Finn, Fundamentele Natuurkunde I Mechanica (1971) 8.9

opdracht Teken in fig. 4.4 de Lissajousfiguur die ontstaat bij een frequentieverhouding van 2:1 en 0° faseverschil.

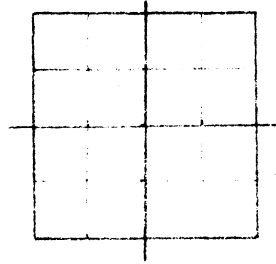


fig. 4.4. Lissajousfiguur; $v_1 : v_2 = 2:1$; $\phi = 0$

exp. 4.2 Sluit op de Y_1 -ingang van de oscilloscoop een 50 Hz-wisselspanning aan. Gebruik hiervoor de 6,3 V transformator. Sluit op de Y_2 -ingang de sinusuitgang van een sinusgenerator aan. Zet de tijdbasisschakelaar in de stand XY. Ga na of Y_1 of Y_2 met de X-platen wordt verbonden. Bekijk enkele stilstaande Lissajousfiguren en let daarbij op de frequentieverhouding. Hoe uit zich die in het beeld? (tekening van één geval maken!)

4.4 FASEVERSCHILLEN

exp. 4.3 Ontwerp een schakeling die een gegeven wisselspanning van ca 1 kHz ongeveer $\pi/4$ in fase verschuift. Gebruik hiervoor een weerstand en een condensator.

- Meet het faseverschil door de oorspronkelijke spanning op de Y_1 -ingang en de in fase verschoven spanning op de Y_2 -ingang te zetten.
- Zet vervolgens de tijdbasisschakelaar in de stand XY en meet het faseverschil uit de figuur op de oscilloscoop.
- Vergelijk dit faseverschil met de uit de grootte van de elementen berekende grootte.

4.5 GELIJKRICHTING EN KARAKTERISTIEK VAN EEN DIODE

Een diode geleidt in de voorwaartse richting de stroom goed en in de sperrichting vrijwel niet (zie H.2.9).

Bij aansluiting van een wisselspanningsbron op een serieschakeling van een diode en een weerstand zal daardoor, wanneer de amplitude van de spanning veel groter is dan de drempelspanning van de diode, gedurende een halve periode de spanning grotendeels over de weerstand staan en gedurende de andere halve periode grotendeels over de diode.

vraag Hoe groot is ongeveer de drempelspanning van een p-n diode?

exp. 4.4 Sluit op een serieschakeling van een diode en een weerstand van $1k\Omega$ de spanning van de 6,3 V transformator aan. Meet de spanning over de weerstand met de oscilloscoop en vergelijk deze met de aangelegde spanning. Wat is het effect van het omkeren van de diode?

exp. 4.5 Sluit in dezelfde schakeling als in exp. 4.4 de ingangsspanning aan op de X-ingang en de spanning over de weerstand op de Y-ingang van de oscilloscoop. Bekijk de karakteristiek van de diode en maak een schatting van de drempelspanning. Verklein daartoe de wisselspanning met behulp van een spanningsdeler. Let op het aardpunt van de schakeling.

4.6 METING VAN DE KARAKTERISTIEKE TIJDEN VAN EEN RC-COMBINATIE EN VAN EEN RL-COMBINATIE.

De bestudering van de respons op een sprongfunctie (vgl. H 3.7) kan ook gebeuren met een blokspanningsgenerator. We zullen dit nu op de oscilloscoop nader bekijken.

exp. 4.6 Sluit op een serieschakeling van een weerstand en een condensator een blokspanning aan.

Sluit de spanning over de condensator aan op de Y-ingang van de oscilloscoop en meet de RC-tijd van de combinatie.

Bereken de RC-tijd ook uit de grootte van de gebruikte elementen.

aanwijzing Zorg ervoor dat de RC-tijd veel kleiner is dan een halve periode van de blokspanning en dat de weerstand veel groter is dan de uitgangsweerstand van de toongenerator.

exp. 4.7 Sluit op een serieschakeling van een weerstand en een spoel een blokspanning aan. Sluit de spanning over de spoel aan op de Y-ingang van de oscilloscoop en meet de karakteristieke tijd van de combinatie. Bereken uit de gevonden waarde en de waarde van de weerstand de zelfinductie van de spoel.

aanwijzing Zorg ervoor dat de karakteristieke tijd veel kleiner is dan een halve periode van de blokspanning. Kies een weerstand die veel groter is dan de inwendige weerstand van de toongenerator.

5 RESPONS VAN 1E EN 2E-ORDE SYSTEMEN

5.0 INLEIDING

doel- Het doel van deze praktikummiddag is U te oefenen in het gebruik van
stelling een oscilloscoop en het werken met het begrip complexe doorlaatfunctie.

5.1 SPRONGEN EN BLOKKEN OP 1e-ORDE SYSTEMEN

In hoofdstuk 3.7 hebben we kennis gemaakt met de responsie van een RC- en RL-combinatie op een sprong en een blok. In exp. 3.3 hebben we met een voltmeter het verloop van de spanning op een condensator als functie van de tijd gemeten tijdens het ontladen. We kunnen dit spanningsverloop echter veel gemakkelijker zichtbaar maken op een oscilloscoop.

exp. 5.1 Bouw een 1e-orde systeem met een weerstand en naar keuze een spoel of een condensator. Zorg ervoor, dat de weerstand veel groter is dan de uitgangsweerstand van de blokspanningsgenerator, die op het systeem wordt aangesloten. Kies de elementen zodanig, dat de karakteristieke tijd ongeveer 0,1 msec is.

a) Kies de frequentie van de blokspanning resp. 100, 1000 en 10.000 Hz en schets het waargenomen spanningsverloop over de weerstand en de spoel/condensator.

b) Kies een geschikte frequentie om τ te meten. Vergelijk de uitkomst met de berekende waarde.

Merk op, dat het mogelijk blijkt met een 1e-orde systeem een spanning (bij benadering) te integreren of te differentiëren.

5.2 WISSELSPANNINGEN OP 1e-ORDE SYSTEMEN

In hoofdstuk 3 hebben we al gezien, dat we het gedrag van RC- of RL-combinaties kunnen beschrijven met behulp van complexe impedanties. Algemeen gesteld, zien we dat twee impedanties, zoals in fig. 5.1 getekend, als "spanningsdeler" fungeren.

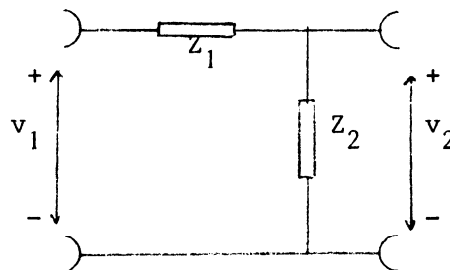


fig. 5.1 een 1e-orde systeem (Z_1 of Z_2 reëel!)

definitie De complexe verhouding tussen de aangelegde spanning en de doorgelaten spanning noemt men de doorlaatfunctie $F(\omega)$:

$$F(\omega) = \frac{v_2}{v_1} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (5.1)$$

filters

Systemen waarvan de doorlaatfunctie een uitgesproken frequentieafhankelijkheid hebben, worden filters genoemd.
 We beschouwen nu eerst twee laagdoorlatende filters, zie fig. 5.2 en 5.3:

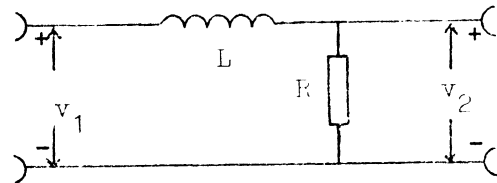
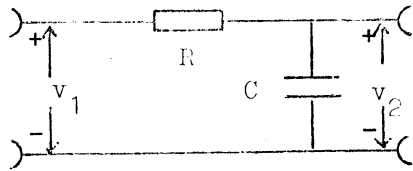


fig. 5.2 laagdoorl. RC-filter

fig. 5.3 laagdoorlatend LR-filter

Als we veronderstellen, dat we de filters niet belasten (d.w.z., dat ze geen stroom behoeven te leveren aan een meetinstrument o.i.d.), dan geldt voor de doorlaatfuncties:

RC-filters
$$F(\omega) = \frac{1/j\omega C}{R + 1/j\omega C} = \frac{1}{1 + j\omega RC} \quad (5.2)$$

LR-filter
$$F(\omega) = \frac{R}{R + j\omega L} = \frac{1}{1 + j\omega L/R} \quad (5.3)$$

Beide filters worden blijkbaar door eenzelfde doorlaatfunctie beschreven:

$$F(\omega) = \frac{1}{1 + j\omega\tau} \quad (5.4)$$

opdracht

Bereken de doorlaatfunctie van een hoogdoorlatend filter, zie fig. 5.4 en 5.5

$$F(\omega) = \quad (5.5)$$

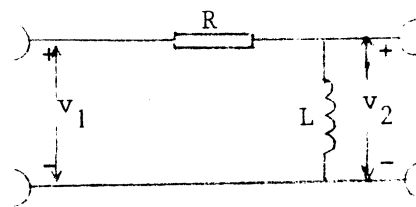
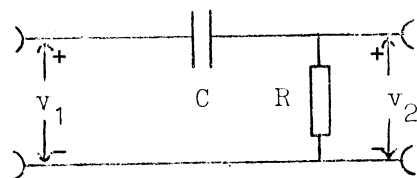


fig. 5.4 hoogdoorl. CR-filter

fig. 5.5 hoogdoorl. RL-filter

fasehoek

Voor het laagdoorlatend filter vinden we voor de fasehoek ϕ :

$$\text{tg } \phi = \frac{\text{Im } F(\omega)}{\text{Re } F(\omega)} = -\omega\tau \quad (5.6)$$

opdracht

Bereken $\text{tg } \phi$ voor een hoogdoorlatend filter

In fig. 5.6 is de fasehoek ϕ getekend als functie van $\omega\tau$. Hierbij is $\omega\tau$ uitgezet langs een logarithmische as. Omdat $\text{tg}(\phi + 90^\circ) = -1/\text{tg} \phi$, is $\phi_{\text{hoog}} = \phi_{\text{laag}} + 90^\circ$.

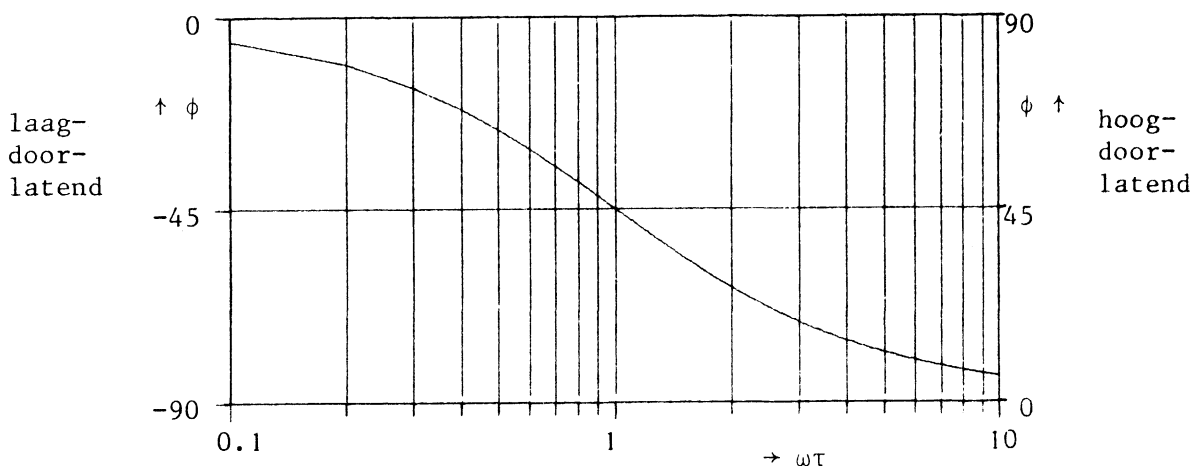


fig. 5.6 de fasehoek als functie van de frequentie voor 1e-orde filters.

De amplitudeverhouding wordt gegeven door de absolute waarde of modulus van $F(\omega)$ (5.4):

$$|F(\omega)| = \left| \frac{v_2}{v_1} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}} \quad \text{voor het laagdoorlatend filter} \quad (5.7)$$

$$\text{en } |F(\omega)| = \left| \frac{v_2}{v_1} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + 1/\omega^2 \tau^2}} \quad \text{voor het hoogdoorlatend filter} \quad (5.8)$$

In fig. 5.7 zijn beide funkties uitgezet op dubbellogaritmisch papier.

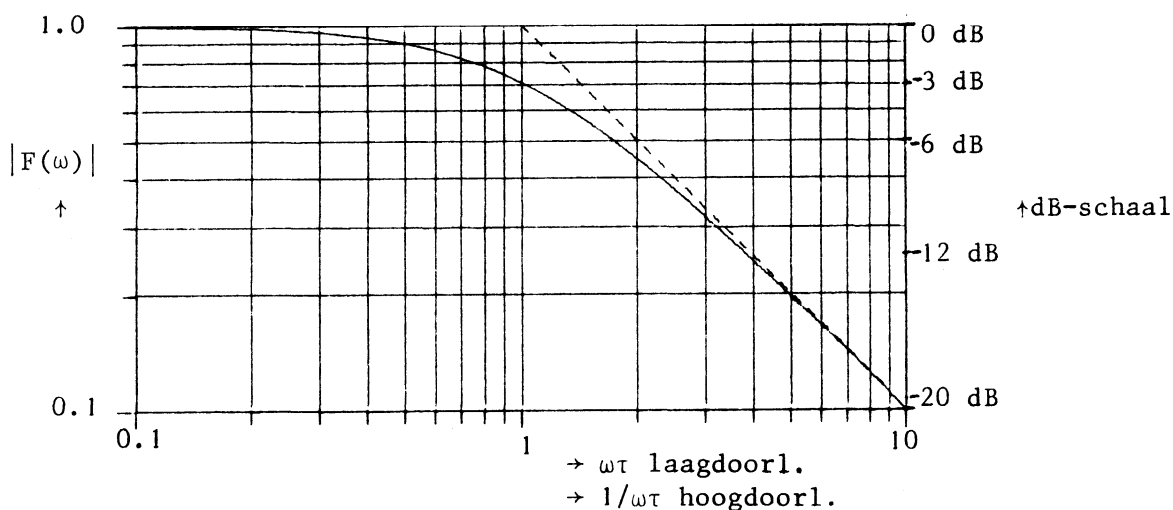


fig. 5.7 amplitudeverhouding als functie van de frequentie voor 1e-orde filters.

laagdoorlatend filter

We zullen deze grafiek nader bezien.
 Voor $\omega\tau \rightarrow 0$ is $|F(\omega)| \approx 1$, dus de asymptoot van $\log |F(\omega)|$ loopt horizontaal
 $\log |F(\omega)| \approx 0$.
 Voor $\omega\tau \rightarrow \infty$ is $|F(\omega)| \approx 1/\omega\tau$, dus $\log |F(\omega)| \approx -\log \omega\tau$. De asymptoot van
 $\log |F(\omega)|$, uitgezet tegen $\log \omega\tau$, is dus een rechte lijn met helling -1 .
 Het snijpunt van beide asymptoten ligt bij $\omega\tau = 1$. Bij de frequentie
 $\omega = 1/\tau$ is $|F(\omega)| = 1/\sqrt{2}$.

hoogdoorlatend filter

We zagen dat we dezelfde doorlaatfunctie krijgen, als we $\omega\tau$ vervangen door
 $1/\omega\tau$. In de dubbellogarithmische grafiek krijgen we dus een horizontale
 asymptoot ($\log |F(\omega)| \approx 0$) voor *hoge* frequentie ($1/\omega\tau \rightarrow 0$), en een asymp-
 toot met helling -1 bij *lage* frequentie ($1/\omega\tau \rightarrow \infty$). Ook hier ligt het
 snijpunt van de asymptoten bij $\omega\tau = 1$ ($1/\omega\tau = 1$). En ook nu is bij
 $\omega = 1/\tau$ $|F(\omega)| = 1/\sqrt{2}$.

Tenslotte stellen we vast, dat voor beide filters dus geldt: als $\omega = 1/\tau$,
 is $|F(\omega)| = 1/\sqrt{2}$, terwijl de fasehoek dan voor het laagdoorlatend filter
 -45° is en voor het hoogdoorlatend filter $+45^\circ$.

polair diagram

Een fraaie samenvatting van de figuren 5.6 en 5.7 geeft het polaire
 diagram. Zie fig. 5.8. Hierin wordt $F(\omega)$ in het complexe vlak uitgezet.

Het polaire diagram van een laagdoorlatend filter blijkt een halve cirkel te zijn, met als middellijn het lijnstuk $(0,1)$ op de reële as. Immers:

$$|F| = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+\text{tg}^2\phi}} = \cos \phi$$

en dus $F(\omega) = \cos \phi e^{i\phi}$, zodat
 $F(\omega) = \cos \phi (\cos \phi + i \sin \phi)$.
 Bij uitzetten van $F(\omega)$ in het complexe vlak is dan

$$x = \cos^2 \phi = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\phi$$

en $y = \cos \phi \sin \phi = \frac{1}{2} \sin 2\phi$,

zodat $(x - \frac{1}{2})^2 + y^2 = \frac{1}{4}$.

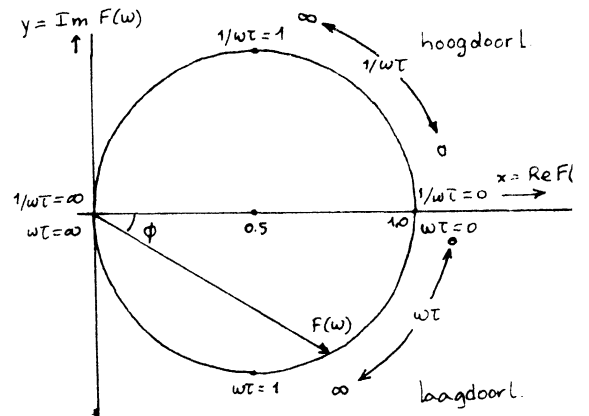


fig. 5.8 polair diagram

opdracht

Controleer zelf het polaire diagram voor het hoogdoorlatend filter.

opmerking Het polaire diagram kan op eenvoudige wijze verkregen worden uit een vectordiagram, als we $v_1 = 1$ stellen. Dan is $v_2 = F(\omega)$. Zie fig. 5.9, waar het vectordiagram voor een laagdoorlatend RC-filter is afgebeeld.

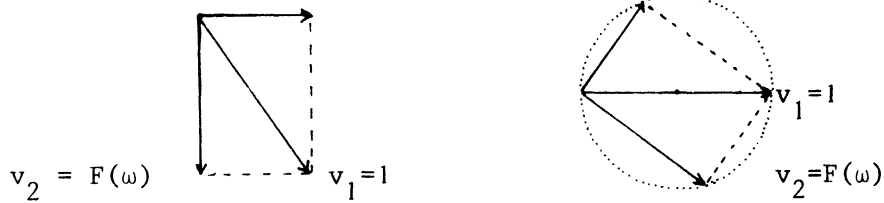


fig. 5.9 polaire diagram uit vectordiagram

Trekken we een cirkel met als middellijn v_1 dan ligt v_2 op de cirkelomtrek, omdat de hoek tussen de spanningen over R resp. C 90° is.

decibel Het is gebruikelijk om de versterking (of verzwakking) uit te drukken in een aantal *decibel* dat gelijk is aan:

$$20 \cdot 10 \log \left| \frac{v_2}{v_1} \right|.$$

Dit heeft rekentechnische voordelen (optellen i.p.v. vermenigvuldigen) bij het doorrekenen van systemen van achterelkaar geschakelde filters.

3 dB-punt Een 1e orde laag- of hoogdoorlatend filter wordt volledig gekarakteriseerd door de waarde van τ , of, wat op hetzelfde neerkomt, door de waarde van ω , waarbij $\omega\tau = 1$. Deze frequentie ω noemt wel het *3 dB-punt* van het filter. Voor $\omega\tau = 1$ is het aantal dB verzwakking namelijk:

$$20 \log (1/\sqrt{2}) = 10 \log 2 = -3,0103 \approx -3 \text{ dB}.$$

opdracht Ga na, dat in het 3 dB-punt $|Z_1| = |Z_2|$ (zie fig. 5.1)

Bij hoge frequenties (hoog t.o.v. het 3 dB-punt) wordt het gedrag van alle laagdoorlatende eerste-orde filters gekarakteriseerd door een verzwakking van 6 dB per octaaf (toename van de frequentie met een octaaf betekent, dat de frequentie verdubbelt). Dit volgt uit

$$20 \cdot 10 \log \left(\frac{1}{\omega\tau} \right) - 20 \cdot 10 \log \left(\frac{1}{2\omega\tau} \right) = 20 \cdot 10 \log 2 \approx 6 \text{ dB}.$$

exp. 5.2 Sluit op de schakeling van exp. 5.1 nu een wisselspanning aan. Bepaal de doorlaatverhouding en de fasehoek als functie van $\omega\tau$. Ga van te voren na, welk frequentiegebied interessant is (zie bijv. fig. 5.6) en kies uw meetpunten in dit gebied met overleg. Zet de meetpunten in een grafiek.

5.3 WISSELSpanningen OP 2E-ORDE SYSTEMEN.

We gaan nu het gedrag bekijken van een systeem waarin een spoel en een condensator voorkomen, zie fig. 5.10.

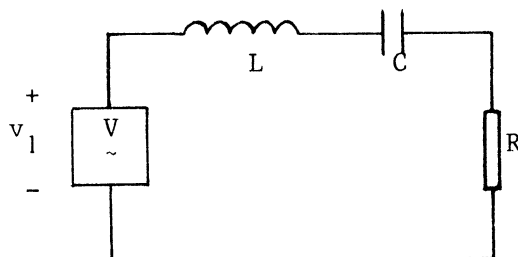


fig. 5.10 LCR-schakeling.

Volgens de tweede wet van Kirchhoff is

$$v_1 = v_L + v_C + v_R = L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt + iR \quad (5.9)$$

Differentieren naar de tijd levert:

$$\frac{dv_1}{dt} = L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} \quad (5.10)$$

Het systeem wordt door een tweede orde differentiaalvergelijking beschreven; daarom noemen we het een tweede orde systeem.

Deze differentiaalvergelijking laten we voorlopig voor wat hij is. Als we geïnteresseerd zijn in de responsie op sinusvormige spanningen kunnen we weer de rekenmethode met de complexe impedanties toepassen. Uit (5.9) volgt dan:

$$i = \frac{v_1}{Z} = \frac{v_1}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})} \quad (5.11)$$

De maximale waarde (amplitude) van i bij de frequentie is dan:

$$\hat{I} = |i| = \frac{\hat{V}_1}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \quad (5.12)$$

We nemen de spanning over R af, dus de spanningsdoorgeefverhouding is:

$$F(\omega) = \frac{v_R}{v_1} = \frac{iR}{v_1} \quad (5.13)$$

$$\text{Invullen van (5.11) levert: } F(\omega) = \frac{R}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j(\frac{\omega L}{R} - \frac{1}{\omega RC})}$$

$$\text{waaruit } |F(\omega)| = \frac{1}{1 + (\frac{\omega L}{R} - \frac{1}{\omega RC})^2} \quad (5.14)$$

We zullen het gedrag van dit systeem nader onderzoeken aan de hand van deze formules.

In de eerste plaats zien we dat $F(\omega)$ reëel is, als $\omega L = \frac{1}{\omega C}$: de impedanties van spoel en condensator zijn even groot, maar verschillend van

teken: $j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = 0$

resonantie- De frequentie waarvoor dit geldt, heet de *resonantiefrequentie* ω_0 :
frequentie

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (5.15)$$

Bij deze frequentie is $Z = R$, dus reëel, en is de amplitude van de stroom, evenals $F(\omega)$, maximaal (zie 5.12, 5.13 en 5.14).

3-dB verzwakking treedt op, als

$$20 \cdot 10 \log |F(\omega)| = -3$$

ofwel als

$$|F(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}} ;$$

dus wanneer

$$F(\omega) = \frac{1}{1 \pm j} .$$

Dit is het geval, als $\frac{\omega L}{R} - \frac{1}{\omega RC} = \pm 1$ (zie (5.13)).

Dit zijn 2 vierkantsvergelijkingen in ω . We lossen eerst die op met het linkerlid gelijk aan +1:

$$\omega^2 LC - \omega RC - 1 = 0 .$$

Oplossingen:

$$\omega_{1,2} = \frac{R}{2L} \pm \frac{1}{2LC} \sqrt{R^2 C^2 + 4LC}$$

De negatieve wortel is fysisch niet mogelijk, dus

$$\omega_1 = \frac{R}{2L} + \frac{1}{2LC} \sqrt{R^2 C^2 + 4LC} = \frac{R}{2L} (1 + \sqrt{1 + 4Q^2}),$$

kwaliteits-
factor

waarin $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$ de *kwaliteitsfactor* genoemd wordt (waarom deze naam gekozen is, zullen we na (5.17) zien.)

Oplossen van de vierkantsvergelijking met -1 levert

$$\omega_2 = \frac{R}{2L} (-1 + \sqrt{1 + 4Q^2})$$

We zien hieruit, dat $\omega_1 \omega_2 = \frac{R^2}{4L^2} (-1 + 1 + 4Q^2) = \frac{Q^2 R^2}{L^2} = \omega_0^2$

dus ω_0 is het meetkundig gemiddelde van ω_1 en ω_2 .

We zien ook, dat $\omega_1 - \omega_2 = \frac{R}{L} = R \sqrt{\frac{C}{L}} \cdot \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{\omega_0}{Q}$ (5.16)

Dus hoe groter de kwaliteitsfactor Q is, des te dichter bij elkaar liggen de frequenties ω_1 en ω_2 , dus te scherper is de piek (zie fig. 5.11).

opdracht Ga na, dat bij ω_1 en ω_2 de faseverschuiving resp. -45° en $+45^\circ$ is.

(aanwijzing: $\text{tg } \phi = \text{Im } F / \text{Re } F$).

In fig. 5.11 en 5.12 zijn $|F|$ en ϕ voor verschillende waarden van Q weergegeven als functie van ω/ω_0 . Een grafiek van $|F|$ tegen ω/ω_0 wordt een *resonantiekromme* genoemd.

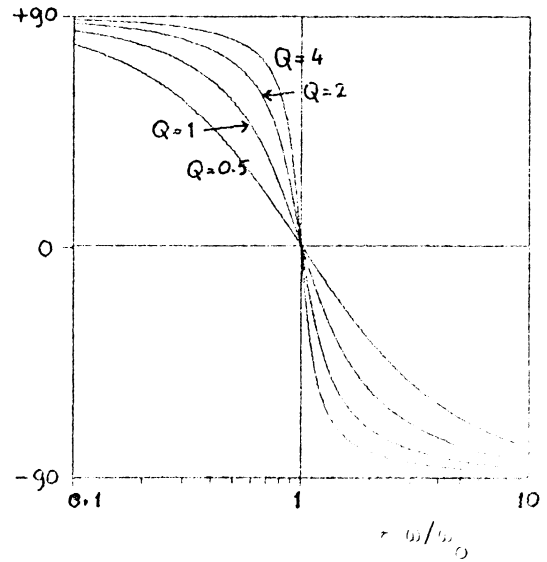
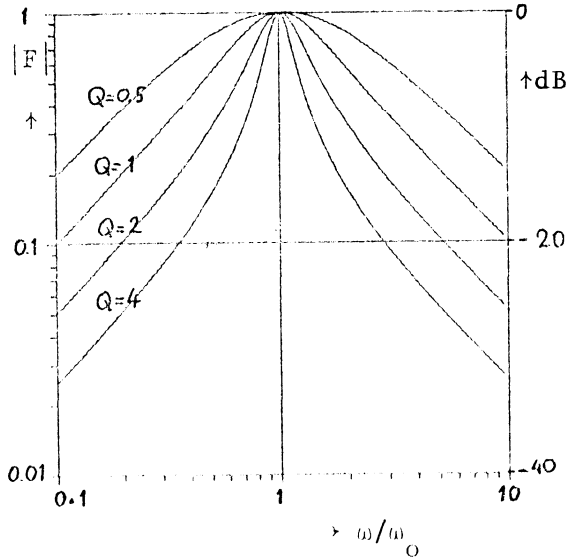


fig. 5.11 $|F(\omega)|$ bij LCR-schakeling fig. 5.12 fasehoek bij LCR-schakeling

exp. 5.3

Bouw de schakeling van fig. 5.10.

Neem $L \approx 0,1$ H, $C \approx 1$ nF en kies R zodanig dat $Q \approx 4$.

Meet ω_0 , ω_1 en ω_2 .

Kloppen de gemeten waarden met de relatie $\frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_0} = \frac{1}{Q}$?

We zullen nu de LCR-schakeling bekijken, als we de spanning over de condensator afnemen (zie fig. 5.13).

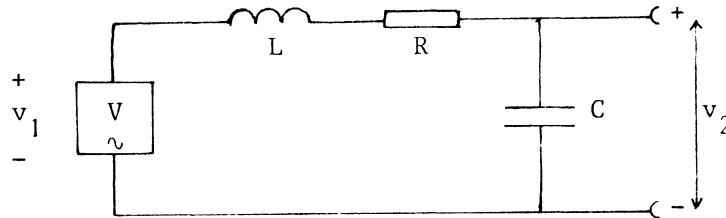


fig. 5.13 laagdoorlatend 2de-orde filter

$$\text{Dan is: } F(\omega) = \frac{v_C}{v_1} = \frac{1/j\omega C}{1/j\omega C + R + j\omega L} = \frac{1}{1 + j\omega RC - \omega^2 LC} \quad (5.17)$$

$$\text{Na invullen van } LC = \frac{1}{\omega_0^2} \text{ en } RC = \frac{LC}{L/R} = \frac{1}{\omega_0^2 L/R} = \frac{1}{\omega_0 Q}$$

$$\text{komt er: } F(\omega) = \frac{1}{1 + \frac{j\omega}{\omega_0 Q} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}} \quad (5.18)$$

Voor $\omega = \omega_0$ is $F(\omega_0) = -jQ$, dus $|F(\omega_0)| = Q$ en $\phi = -\frac{\pi}{2}$.

De mate, waarin het ingangssignaal v_1 vergroot wordt (en dus de scherpte van de piek) wordt de *kwaliteit van de kring* genoemd. Vandaar dat Q de kwaliteitsfactor heet.

Uit (5.18) krijgen we weer de amplitudeverhouding en de fasehoek van in- en uitgangssignaal.

$$|F(\omega)| = \frac{1}{\left\{1 + \left(\frac{1}{Q^2} - 2\right)\frac{\omega^2}{\omega_0^2} + \frac{\omega^4}{\omega_0^4}\right\}^{\frac{1}{2}}} \quad (5.19)$$

$$\phi(\omega) = \text{bgtg} \left(-\frac{\omega/\omega_0 Q}{1 - \omega^2/\omega_0^2}\right) \quad (5.20)$$

In fig. 5.14 en fig. 5.15 zijn $|F(\omega)|$ en $\phi(\omega)$ volgens (5.19) en (5.20) bij verschillende waarden van Q uitgezet tegen ω/ω_0 .

Met de aangegeven wijzigingen gelden deze grafieken ook voor een hoogdoorlatend tweededordefilter, zie fig. 5.16.

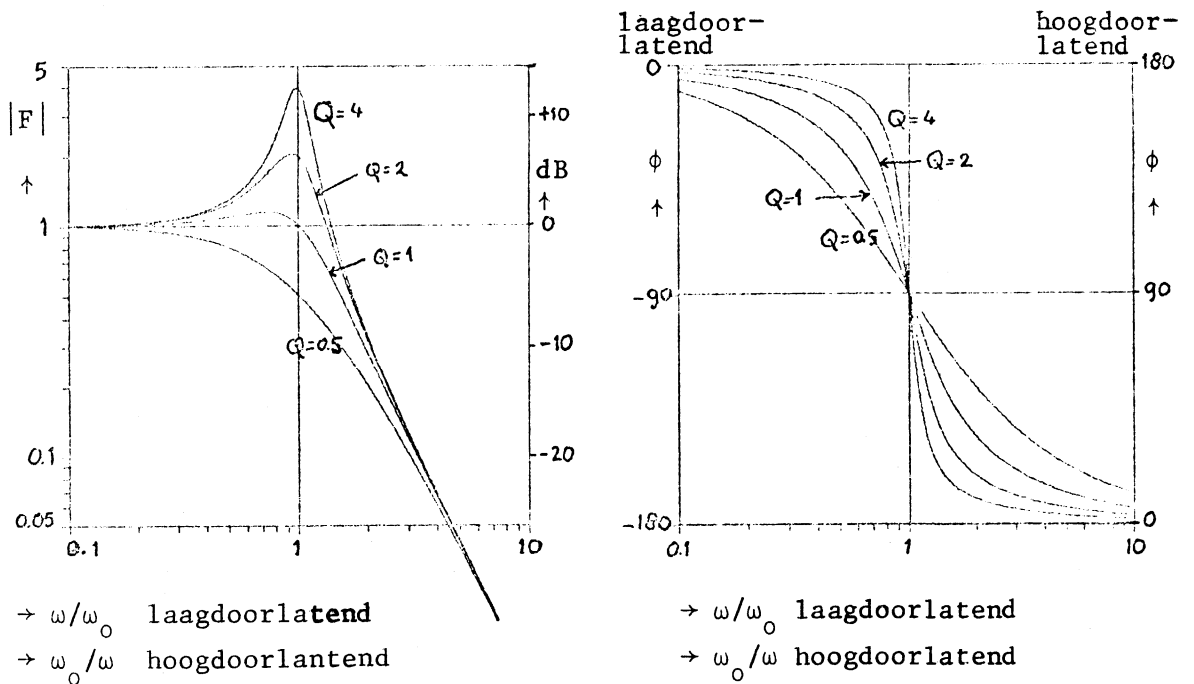


fig. 5.14 amplitudeverhouding van een LCR-filter

fig. 5.15 fasehoek van een LCR-filter

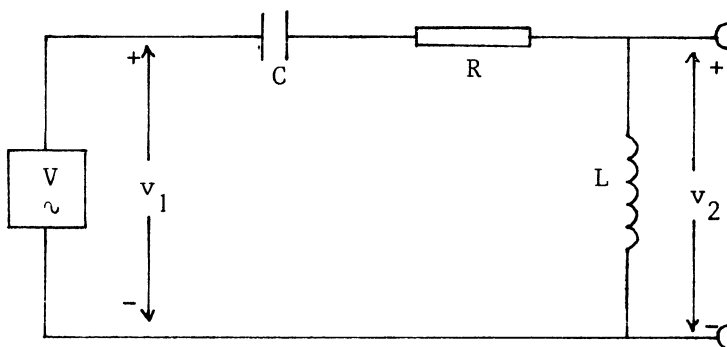


fig. 5.16 hoogdoorlatend tweedorde filter

De krommen voor het laagdoorlatend filter van fig. 5.14 naderen voor hoge frequenties alle de asymptoot $|F(\omega)| = (\omega_0/\omega)^2$, (zie (5.19)).

opdracht Ga na dat dit overeenkomt met een verzwakking van 12 dB per octaaf.

Bij lage frequenties is de asymptoot $|F(\omega)| = 1$, overeenkomend met een verzwakking van 0 dB per octaaf. Deze twee asymptoten snijden elkaar bij $\omega = \omega_0$. De amplitudeverhouding is dan $|F(\omega)| = Q$. De factor Q is een grootte, die de vorm van de kromme bepaalt. Hoe groter Q , des te scherper is de piek. Voor $Q = 1$, is $\log F(\omega_0) = 0$. Wanneer $Q = 0,707$ heeft de functie net geen maximum meer en neemt monotoon af. Het verloop is hier dus net als bij een eerste-ordefilter, met dien verstande dat nu de asymptoot met 12 dB per octaaf afneemt. Uit vgl. (5.20) blijkt direct, dat onafhankelijk van de waarde van Q voor $\omega/\omega_0 = 1$, $\phi = -\pi/2$, zoals we ook in fig. 5.15 zien.

exp. 5.4 Bouw met een spoel, weerstand en condensator een laagdoorlatend tweede-ordefilter. Sluit op de ingang een laagfrequentgenerator aan en meet in- en uitgangssignaal met een dubbelstraaloscilloscoop. Bepaal $|F|$ en ϕ als functie van de frequentie. Teken de bijbehorende grafiek, zoals in fig. 5.14 en 5.15. Bepaal hieruit de resonantiefrequentie en bereken Q .

samenvatting We hebben de LCR-serieschakeling nu op 2 punten bekeken: de spanning over de weerstand en de spanning over de condensator. In het eerste geval hebben we in feite gekeken naar de stroom in de kring: $i = v_R/R$. Voor stroom en spanning treedt resonantie op: in het eerste geval bij $\omega = \omega_0$, in het tweede geval daar in de buurt (zie fig. 5.14). De stroom kan maximaal v_1/R worden. De spanning over de condensator kan echter vele malen groter worden dan de aangelegde spanning, namelijk Q maal.

6. SPOELEN EN TRANSFORMATOREN

6.0 DOELSTELLING

doel- Bedoeling van dit hoofdstuk is dat U enig inzicht krijgt in de gebruiks-
stelling mogelijkheden van spoelen en transformatoren.

6.1 MAGNETISCHE VELDEN

In H 3.2 hebben we zonder nadere toelichting de formules voor de magnetische fluxdichtheid B (ook wel magnetische inductie genoemd) en de flux ϕ van een spoel gegeven (formule 3.2 en 3.3), waaruit we de coëfficiënt van zelfinductie L berekenden.

Deze formules zijn echter alleen geldig voor de "ideale" spoel, die zeer lang is. We zullen nu nagaan, hoe ook voor niet-ideale spoelen deze grootheden berekend kunnen worden.

Uitgangspunt is Faraday's inductiewet:

$$V_{\text{ind}} = \frac{d\phi}{dt} \quad (6.1)$$

Als de flux ϕ , die door een stroomkring wordt omvat, verandert, treedt er in die stroomkring een inductiespanning op, waarvan de grootte evenredig is met de snelheid waarmee die flux verandert.

flux Om in praktische gevallen V_{ind} te berekenen, moeten we in de eerste plaats weten hoe we ϕ kunnen bepalen uit de geometrie van onze proefopstelling, als we het B -veld voorlopig als gegeven beschouwen.

Een bekend voorbeeld is een rechthoekig draadraam in een homogeen magnetisch veld B . Als B loodrecht staat op het vlak van het draadraam, is $\phi = BA$. ($A = \text{opp. v.h. draadraam}$).

Staat B niet loodrecht op het draadraam dan is

$$\phi = B \cos \alpha \cdot A ,$$

waarin $B \cos \alpha$ de component van B is, die loodrecht op het vlak van het draadraam staat (zie fig. 6.2).

Een eenvoudige notatie ontstaat, als we B en A als vectoren beschouwen.

Dan is

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{A} , \quad (6.2)$$

het inwendig product (kortweg: inproduct) van beide vectoren.

Let op: ϕ is géén vector!

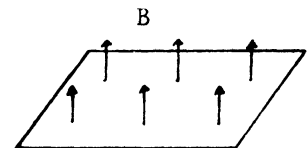


fig. 6.1. rechthoekig draadraam

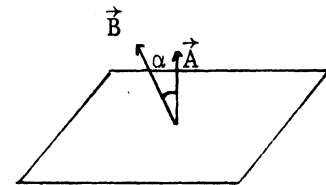


fig. 6.2 \vec{B} niet loodrecht op draadraam

Als \vec{B} niet homogeen is, verdelen we het oppervlak in stukjes $d\vec{o}$ en integreren vervolgens. Men schrijft hiervoor kortweg met behulp van de inproduct-notatie:

$$\phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{o} \quad (6.3)$$

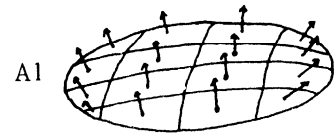


fig. 6.3 \vec{B} niet homogeen

$$\phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{o}$$

Men kan zich afvragen of ϕ niet een andere waarde zal hebben als men hem berekent voor een ander oppervlak, dat wordt begrensd door dezelfde gesloten weg. In fig. 6.4 hebben we een ander oppervlak A2 getekend, dat wordt omsloten door dezelfde weg als het oppervlak A1 van fig. 6.3.

Het antwoord op de vraag luidt: neen. De ervaring heeft geleerd dat de absolute waarde van de berekende flux onafhankelijk is van de keuze van het oppervlak (mits dit begrensd wordt door dezelfde gesloten weg).

Bezien we fig. 6.4, dan betekent dit, dat

$$\int_{\text{opp A1}} \vec{B} \cdot d\vec{o} = \int_{\text{opp A2}} \vec{B} \cdot d\vec{o} \quad (6.4)$$

opp A1

opp A2

ofwel, dat door A2 evenveel flux gaat als door A1.

We bekijken nu een gesloten volumen V, dat door twee van bovenbedoelde oppervlakken begrensd wordt. Spreken we nu af, dat de vector $d\vec{o}$, die bij een oppervlakte-elementje hoort, altijd naar buiten wijst, dan kunnen we (6.4) ook zo formuleren:

$$\int_V \vec{B} \cdot d\vec{o} = 0 \quad (6.5)$$

De aanschouwelijke interpretatie hiervan is, dat B-lijnen niet "ergens" ontstaan en "ergens anders" eindigen, maar altijd gesloten lijnen zijn. (electrische veldlijnen, E-lijnen, ontstaan of eindigen waar zich lading bevindt of in het oneindige).

\vec{B}
Het is duidelijk, dat we eerst \vec{B} moeten kennen voor we iets over ϕ kunnen zeggen. De magnetische fluxdichtheid \vec{B} kan afkomstig zijn van 2 typen bronnen: electriche stromen en magnetisch materiaal. We zullen nu eerst bekijken hoe we het magnetische veld van een stroomvoerende draad te weten kunnen komen.

\vec{H}
In het verleden heeft men voor de magnetische werking van een stroomdraad de grootheid \vec{H} ingevoerd, de magnetische veldsterkte. We zullen straks zien hoe \vec{H} in verband staat met \vec{B} . Voor de berekening van \vec{H} maken we er gebruik van, dat \vec{H} altijd moet voldoen aan de relatie:

$$\int_{\text{gesloten lus}} \vec{H} \cdot d\vec{s} = I \quad (6.6)$$

Hierin is I de totale stroom die door een denkbeeldige gesloten lus wordt omvat. Zijn er meer stroomdraden, dan tellen we die stromen dus op. Bij de integratie langs de gesloten lus wordt steeds de component van \vec{H} evenwijdig aan de integratieweg genomen. Omdat de integratieweg gesloten is, spreken we van een kringintegraal.

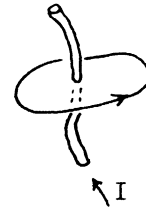


fig. 6.5 gesloten lus om stroomdraad

In het algemeen is formule (6.6) niet voldoende om \vec{H} te kunnen berekenen. We hebben (6.5) ook nodig, plus een formule die het verband tussen \vec{B} en \vec{H} vastlegt (de materiaalvergelijking). Meestal zijn zulke berekeningen erg moeilijk en zonder computer nauwelijks uitvoerbaar. We zullen nu twee voorbeelden geven van gevallen, waar de berekening wél eenvoudig is uit te voeren.

opmerking Aan formule (6.6) is direct te zien, dat de dimensie van \vec{H} stroomsterkte/lengte is. De SI-eenheid voor \vec{H} is dan ook: Ampère per meter.

Voorbeeld 1. We beschouwen een rechte (∞ lange) stroomdraad in vacuum, waar een stroom I door gaat. We nemen de kringintegraal langs een cirkelvormige weg. De cirkel ligt in een vlak loodrecht op de draad. De draad gaat door het middelpunt van de cirkel. Door de symmetrie van de situatie kunnen we direct inzien, dat \vec{H} in elk punt van de weg even groot is, alleen van richting verschillend, namelijk langs de raaklijn in dat punt van de cirkel. Omdat met andere woorden $\vec{H} // d\vec{l}$ in elk punt, krijgen we

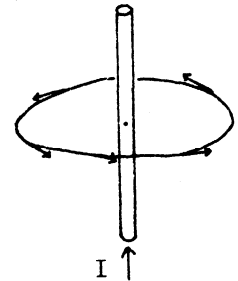


fig. 6.6 magnetisch veld van een rechte stroomdraad

$$\int_{\text{cirkel}} \vec{H} \cdot d\vec{s} = H \int_{\text{cirkel}} ds = H \cdot 2\pi r \quad ,$$

zodat
$$H = \frac{I}{2\pi r} \quad (6.7)$$

Voorbeeld 2. We nemen nu een toroïde in vacuum, met N gelijkmatig gewikkelde windingen (fig. 6.7). De integratieweg (lengte l) is gestippeld aangegeven. Door het oppervlak binnen de integratieweg steken N stroomdraden, zie fig. 6.8. De stromen hebben alle dezelfde richting, dus de totale stroom is NI . Wegens de cirkelsymmetrie is H overal langs de integratieweg even groot. Ook hier is $\vec{H} // d\vec{l}$, zodat

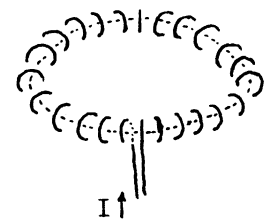


fig. 6.7 toroïde

$$\int_{\text{cirkel}} \vec{H} \cdot d\vec{s} = H \int_{\text{cirkel}} ds = Hl = NI$$

waaruit volgt
$$H = \frac{NI}{l} \quad (6.8)$$

Dit is de formule die we al eerder in H 3 gebruikten. We hebben hierin de "dikte" van de toroïde t.o.v. de straal verwaarloosd.

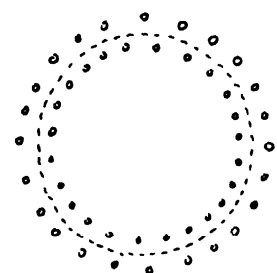


fig. 6.8 toroïde, integratie door de toroïde

opmerking Nemen we een integratieweg in het "gat" van de toroïde, zie fig. 6.9: weg a, dan omvat hij geen stroom, zodat $H=0$. Nemen we een integratieweg buiten de toroïde (weg b), dan is de som van de stromen nul, want er gaan evenveel draden omhoog als naar beneden door het oppervlak binnen de integratieweg. Dus ook buiten de toroïde is $H=0$. Conclusie: alleen in de toroïde heerst een veld.

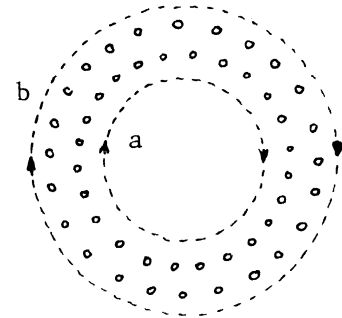


fig. 6.9 toroïde
integratieweg er buiten

opdracht Gegeven een rechte stroomdraad met straal R , waar een stroom I door gaat. I zij homogeen verdeeld over de doorsnede van de draad. Bereken de magnetische veldsterkte H in de draad als functie van de afstand r tot het midden van de draad.

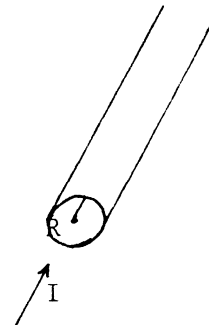


fig. 6.10 stroomdraad

Bekend is, dat van alle materialen een magnetische werking uitgaat, hetzij dat ze zelf magnetisch zijn, hetzij dat ze door een magnetisch veld beïnvloed worden (of liever gezegd: een *wisselwerking* met het magnetisch veld hebben, omdat ze dat op hun beurt ook beïnvloeden). Al in het begin van de vorige eeuw kwam men op de gedachte deze werking toe te schrijven aan kleine kringstroompjes, die we dan als "elementaire magneetjes" zouden kunnen beschouwen. Volgens de huidige theorie worden die kringstroompjes veroorzaakt door een of meer electronen in de schillen van de atomen van het materiaal.

magnetisatie

\vec{M}

De sterkte van de magnetische werking van een stof hangt af van de sterkte van de kringstroompjes en van het aantal ervan per volumeneenheid.

We drukken dit uit in een grootte \vec{M} , die *magnetisatie* wordt genoemd en in dezelfde eenheid wordt uitgedrukt als \vec{H} : A/m.

De som van \vec{M} en \vec{H} levert de totale magnetische werking van een systeem dat stromen en magnetische materie bevat. We drukken die magnetische werking uit in de grootte van het B-veld: inductiespanning en krachten worden door \vec{B} bepaald. \vec{B} heeft echter een andere dimensie dan \vec{M} en \vec{H} . We schrijven daarom

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}), \quad (6.9)$$

waarin μ_0 een constante is met de dimensie spanning x tijd/(stroom x lengte)

opdracht Ga na dat dit klopt met de dimensies van \vec{B} , \vec{H} en \vec{M} .

De grootte van μ_0 is: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Vs/Am.

Buiten het materiaal is per definitie $\vec{M} = 0$, zodat dan

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad (6.10)$$

Deze laatste betrekking geldt in feite alleen in vacuum, omdat elke denkbare stof min of meer magnetische eigenschappen heeft. We moeten er echter wèl om denken, dat als er materiaal in de buurt is, \vec{B} en \vec{H} een heel andere waarde hebben dan wanneer er géén materiaal is en er alleen sprake is van elektrische stromen in vacuum: hoewel \vec{M} buiten het materiaal nul is, wordt het veld door de aanwezigheid ervan wel degelijk beïnvloed!

Hier treedt dus een complicatie op: \vec{H} wordt kennelijk niet alleen door de elektrische stromen bepaald. Toch blijft, ondanks de aanwezigheid van materie, steeds

$$\int_{\text{gesloten weg}} \vec{H} \cdot d\vec{s} = I \quad \text{geldig.}$$

Deze relatie maakt, dat bij het berekenen van velden (die we uiteindelijk altijd met behulp van \vec{B} beschrijven) \vec{H} een nuttige hulpgrootte is.

opdracht Bij de voorbeelden op pag. E-55 hebben we zonder het te zeggen gebruik gemaakt van (6.5) en (6.10). Deze betrekkingen maken dat alleen die oplossing voldoet, waarbij \vec{H} in elk punt van de cirkelvormige integratieweg langs de raaklijn in dat punt valt. Ga dit na.

opdracht De definitie van de Ampère is als volgt: de Ampère is de sterkte van een stroom door een lange rechte draad, die op een andere, even sterke stroom in een evenwijdige draad op een afstand van 1 meter in vacuum, op iedere meter lengte van deze tweede draad een kracht van 2×10^{-7} N uitoefent. Ga na, dat uit deze definitie volgt, dat $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Vs/Am.

samen- De magnetische werking beschrijven we met de fluxdichtheid \vec{B} . Als er vvatting alleen elektrische stromen zijn (geen materie in de buurt), dan zijn \vec{B} en \vec{H} recht evenredig, volgens $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$; is er wel materie dan hebben \vec{B} en \vec{H} andere waarden en is het verband daartussen:

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}),$$

waarbij $\vec{M} = 0$ buiten de materie (in vacuum).

Om \vec{B} , \vec{H} en \vec{M} te berekenen moeten we weten, wat hun onderling verband is. Nu hangt de magnetisatie \vec{M} in het algemeen van de grootte van het H-veld af, dat in de materie heerst. Bij sommige stoffen is de magnetisatie evenredig met \vec{H} :

$$\vec{M} = \chi \vec{H} \quad (6.11)$$

Hierin is de evenredigheidsconstante χ de magnetische susceptibiliteit. χ is dimensieloos.

Vullen we (6.11) in in (6.9), dan krijgen we

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \chi \vec{H}) = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H}$$

of

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad (6.12)$$

Men noemt $\mu_r = 1 + \chi$ de relatieve magnetische permeabiliteit van het materiaal. De grootte van μ_r is zeer verschillend voor verschillende materialen. Voor lucht is μ_r vrijwel precies 1, zodat we in de praktijk geen onderscheid hoeven te maken tussen lucht en vacuum voor wat betreft de magnetische eigenschappen.

Ook voor vele andere stoffen is χ zeer klein en dus $\mu_r \approx 1$. Bij ferromagnetische stoffen vinden we echter waarden van μ_r die van 100 tot de grootte-orde van 10^5 kunnen lopen. We zullen later echter zien, dat dan de beschrijving met μ_r moeilijkheden kan opleveren.

opdracht 1 Bereken H en B in een toroïde van 100 windingen, met een lengte van 10 cm, waar een stroom van 1 Ampère door gaat.

opdracht 2 Hoe groot zijn H, B en M als de toroïde gevuld is met magnetisch materiaal, waarvan $\mu_r = 100$?

continuïteit van B Het gedrag van \vec{B} en \vec{H} aan grensvlakken van materialen vertoont enige wetmatigheden, die handig zijn bij het oplossen van problemen. We zullen eerst een nuttige eigenschap van \vec{B} afleiden. Deze volgt uit formule (6.5):

$$\int_{\text{gesloten oppervlak}} \vec{B} \cdot d\vec{o} = 0.$$

Stel we hebben een stuk materie in vacuum. We beschouwen een klein vlak stukje van het oppervlak, ter grootte van A (m²). Daar omheen leggen we een gesloten oppervlakje in de vorm van een plat doosje, waarvan de hoogte zo klein is, dat we bij de berekening van $\int \vec{B} \cdot d\vec{o}$ de bijdrage van de zijkan- ten mogen verwaarlozen. We houden dan alleen de bijdragen van de bodem en het deksel over. Bij de afleiding van (6.5) hadden we afge- sproken, dat $d\vec{o}$ altijd naar buiten wijst. Aan de bodem krijgen we dan

$$\int_{\text{bodem}} \vec{B} \cdot d\vec{o} = -B_m A \cos \alpha_m$$

en bij het deksel:

$$\int_{\text{deksel}} \vec{B} \cdot d\vec{o} = +B_v A \cos \alpha_v$$

Optellen levert:

$$B_m \cos \alpha_m = B_v \cos \alpha_v, \quad (6.13)$$

ofwel: de normale component van \vec{B} (die loodrecht op het oppervlak staat) verandert niet van grootte bij de over- gang van materie naar vacuum. Hetzelfde geldt natuurlijk bij de overgang van de ene stof naar de andere.

Bij veel toepassingen treedt \vec{B} een oppervlak loodrecht binnen of uit, zodat dan \vec{B} continu is.

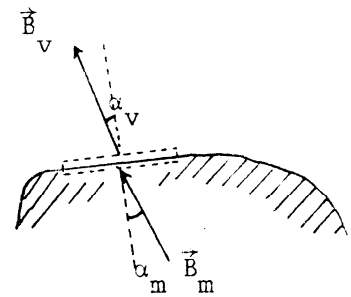


fig. 6.11 continuïteit v.d. normale component van \vec{B}

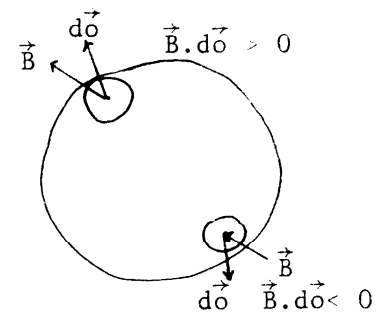


fig. 6.12 $d\vec{o}$ wijst altijd naar buiten

opmerking Analooq kan afgeleid worden dat de component van \vec{H} evenwijdig aan een oppervlak continu is bij de overgang van het ene naar het andere medium.

toroïde met luchtspleet We zullen nu nagaan, wat de invloed is van een luchtspleet in een ring- vormige kern (magnetische permeabiliteit μ_r).

We hebben weer N windingen; de lengte van de kern is s ; die van de luchtspleet a .

We nemen de volgende benadering aan: buiten de geometrische omtrek van de ring zijn B en H nul.

De veldsterkte in de kern noemen we H_m ; die in de luchtspleet H_1 .

We krijgen dan:

$$\int \vec{H} \cdot d\vec{s} = H_m \cdot s + H_1 \cdot a = NI \quad (6.14)$$

gesloten weg

We maken nu gebruik van het feit dat de normale component van \vec{B} , en in dit geval is dat \vec{B} zelf (zie fig. 6.14), niet verandert van grootte bij de overgang van materiaal naar lucht. In de kern is

$$B = \mu_0 \mu_r H_m,$$

in de lucht: $B = \mu_0 H_1.$

Invullen van H_m en H_1 in (6.14) levert:

$$\frac{Bs}{\mu_0 \mu_r} + \frac{Ba}{\mu_0} = NI$$

waaruit volgt: $B = \frac{\mu_0 NI}{s/\mu_r + a} \quad (6.15)$

zodat dus $H_1 = \frac{NI}{s/\mu_r + a} \quad (6.16)$

en $H_m = \frac{NI/\mu_r}{s/\mu_r + a} \quad (6.17)$

en $M = (\mu_r - 1)H_m = \frac{\mu_r - 1}{\mu_r} \frac{NI}{s/\mu_r + a} \quad (6.18)$

We zien, dat als μ_r groot is, B vrijwel geheel van de magnetisatie afkomstig is; H_m is dan zeer klein. In dat geval is het niet bezwaarlijk om $H_m = 0$ te stellen, wat de berekeningen sterk vereenvoudigt. We krijgen dan

$$\int \vec{H} \cdot d\vec{s} \approx H_1 \cdot a = NI,$$

gesloten weg

waaruit direct volgt: $H_1 = \frac{NI}{a}$ en $B = \frac{\mu_0 NI}{a},$

terwijl $H_m = 0$ en $M = \frac{NI}{a}.$

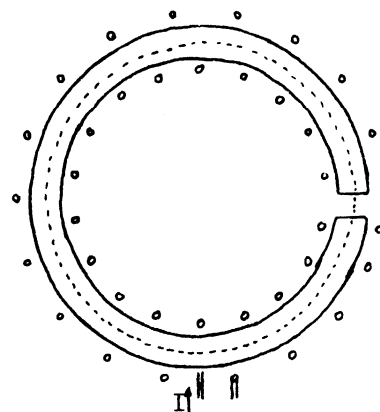


fig. 6.13 toroïde met ringkern met luchtspleet

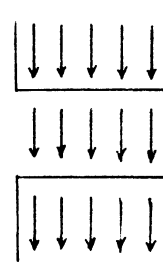


fig. 6.14 continuïteit van \vec{B}

opmerking In dit geval (μ_r groot) worden H_1 en B niet meer door de eigenschappen van het materiaal bepaald: alleen door de grootte van de luchtspleet en NI .

In onderstaande tabel vergelijken we de formules van de toroïde in vacuüm, van de toroïde met gesloten kern en van de toroïde met niet-gesloten kern. We beperken ons nu tot de gevallen dat μ_r groot is.

	toroïde in vacuüm	toroïde met gesl. kern	toroïde met niet-gesl. kern	toroïde met niet-gesl. kern ($\mu_r \rightarrow \infty$)
H_l	NI/s	--	$NI \left(\frac{s}{\mu_r} + a \right)$	NI/a
H_m	--	NI/s	$NI/(s + \mu_r a)$	0
B	$\mu_0 NI/s$	$\mu_0 \mu_r NI/s$	$\mu_0 \mu_r NI/(s + \mu_r a)$	$\mu_0 NI/a$
M	--	$(\mu_r - 1)NI/s$	$(\mu_r - 1)NI/(s + \mu_r a)$	NI/a

In de eerste 2 gevallen is H in de toroïde even groot, maar in het 3e geval sterk beïnvloed door materiaal en luchtspleet: in de luchtspleet is H groter geworden; in het materiaal kleiner.

B in de toroïde is in het 2e geval een factor μ_r groter dan in het 1e; in het 3e geval ligt B er tussenin; door de luchtspleet is B dus kleiner geworden.

Samenvattend zien we dat \vec{B} in de toroïde door de aanwezigheid van materiaal (met grote μ) veel groter wordt en door het aanbrengen van een luchtspleet weer wat afneemt, en dat ten gevolge van de luchtspleet \vec{H} in die luchtspleet groter wordt en \vec{H} in het materiaal kleiner dan bij een gesloten kern.

We kunnen dat met de voorstelling van de "elementaire magneetjes" als volgt verklaren. Als een uitwendig veld wordt aangelegd, wordt het materiaal gemagnetiseerd. Dat wil zeggen, dat de "elementaire magneetjes" zich richten naar het veld en evenwijdig gaan staan. In het inwendige van het materiaal zijn evenveel noord- als zuidpolen, dus die heffen elkaar op; aan de grensvlakken met de luchtspleet houden we aan de ene kant "losse" noordpolen over en aan de andere kant zuidpolen. Deze polen wekken nu een H-veld op, dat in de luchtspleet het aangelegde H-veld versterkt en in het materiaal het aangelegde H-veld tegenwerkt. Dit tegenwerkende veld noemt men het *demagnetiserende veld*. Het hangt o.a. van de vorm van de grensvlakken en de spleetbreedte af, hoe groot het is.

opmerking

Zolang μ_r zo groot is, dat het verloop van de velden voornamelijk door de geometrie van de kern wordt bepaald, doet het er voor de berekeningen niet toe, of de stroomdraden uniform om de kern gewikkeld zijn, of bijvoorbeeld als een korte spoel (zie fig. 6.15).

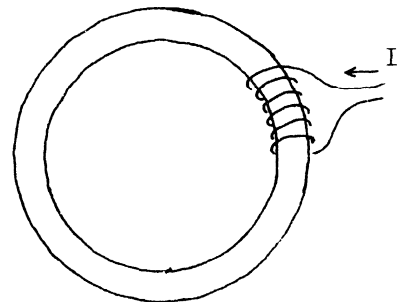


fig. 6.15 ringkern met spoel

Als toepassing van het voorgaande berekenen we nu H_m , H_1 , B en M voor een toroïde van 100 windingen, op een ringvormige kern van 10 cm met een luchtspleet van 0,1 cm, als $\mu_r = 100$ en de stroom $I = 1$ A. Vervolgens vergelijken we de uitkomst met die van de opgaven op p. E-58. H_1 berekenen we met (6.16):

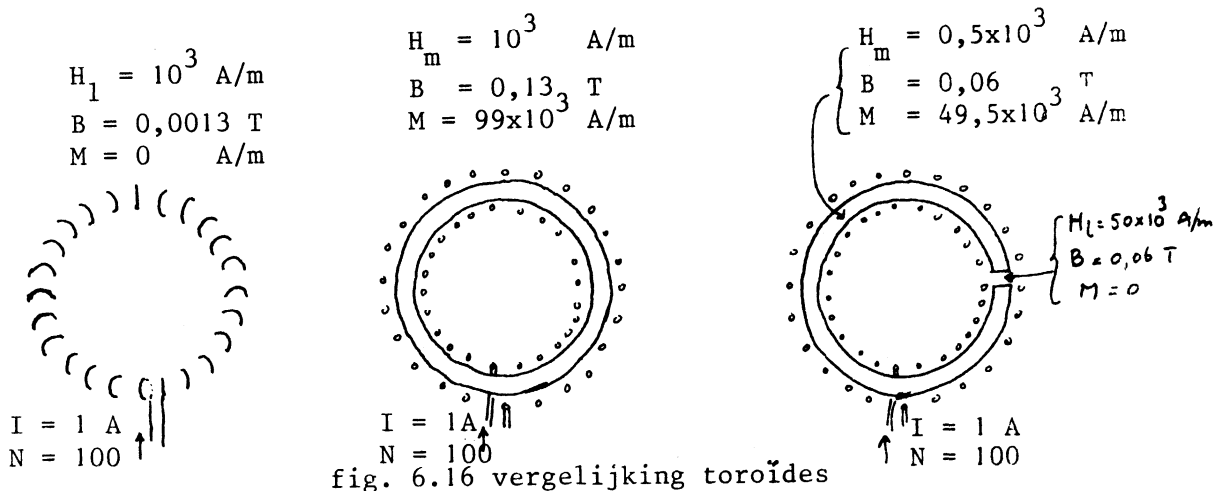
$$H_1 = \frac{NI}{s/\mu_r + a} = \frac{100 \times 1}{0,1/100 + 10^{-3}} = \frac{100}{2 \times 10^{-3}} = 5 \times 10^4 \text{ A/m}$$

$$H_m = \frac{H_1}{\mu_r} = 5 \times 10^2 \text{ A/m}$$

$$B = \mu_0 H_1 = 4\pi \times 10^{-7} \times 5 \times 10^4 = 6,3 \times 10^{-2} \text{ T}$$

$$M = (\mu_r - 1)H_m = H_1 - H_m = 4,95 \times 10^4 \text{ A/m}$$

	vacuum	gesloten kern	kern met luchtspleet	eenheid
H_1	10^3	--	50×10^3	A/m
H_m	--	10^3	$0,5 \times 10^3$	A/m
B	0,0013	0,13	0,06	T
M	--	99×10^3	$49,5 \times 10^3$	A/m



opgave

Gegeven een electromagneet, met een luchtspleet van 3 cm, zie fig. 6.17. Om de magneet zijn 300 windingen geplaatst, waar een stroom I door loopt. Ga uit van een waarde voor μ_r van $\mu_r = 5 \times 10^3$ en een lengte van de integratieweg (gestippeld in de fig.) van $s = 1,50$ m.

Veronderstel:

- 1) dat er buiten het materiaal en de luchtspleet geen magnetisch veld is.
- 2) dat H in het materiaal overal even groot is.

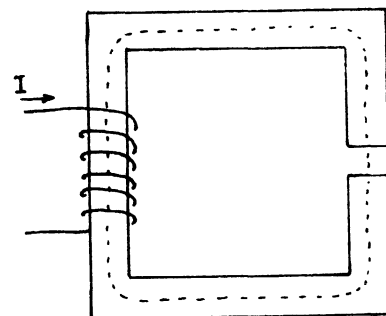


fig. 6.17 electromagneet

Bereken dan de grootte van B , H_1 , H_m en M . Vul deze waarden in in fig. 6.18, voor het geval dat $I = 10 \text{ A}$.

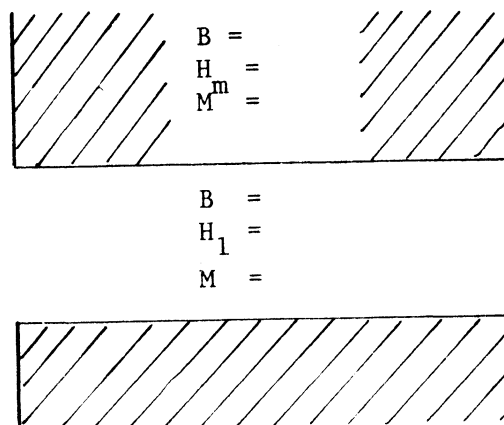


fig. 6.18 B , H en M voor $I = 10 \text{ A}$.

6.2

ZELFINDUCTIE

In principe kunnen we nu voor elk geval, waar elektrische stromen en magnetische materialen aanwezig zijn, de grootte van \vec{B} en \vec{H} berekenen. Voor de stroom hebben we steeds I geschreven, het symbool voor gelijkstroom. Maar de vergelijkingen (6.5), (6.6) en (6.9) gelden net zo goed voor het geval, dat er een veranderlijke stroom $i(t)$ loopt (mits de frequentie niet te hoog is).

Nemen we bijvoorbeeld het geval van een toroïde in vacuum, dan is volgens (6.8)

$$H(t) = \frac{N}{s} i(t) \quad , \quad \text{dus } B(t) = \frac{\mu_0 N}{s} i(t) \quad .$$

De flux per winding

$$\phi_w(t) = BA = \frac{\mu_0 NA}{s} \cdot i(t) \quad , \quad \text{als } A = \text{opp. v/e wind.} \quad ,$$

en de totale flux door de spoel $\phi = N \cdot BA = \frac{\mu_0 N^2 A}{s} \cdot i(t)$ (6.19)

Dan wordt $V_{\text{ind}} = - \frac{d\phi}{dt} = - \frac{\mu_0 N^2 A}{s} \frac{di}{dt} = - L \frac{di}{dt}$ (6.20)

We hebben hier de (coëfficiënt van) zelfinductie L ingevoerd, die gedefiniëerd is door

$$L = \frac{\phi}{i} \quad . \quad (6.21)$$

toroïde in vacuum Invullen levert dus voor dit geval: $L = \frac{\mu_0 N^2 A}{s}$ (6.22)

toroïde met gesloten kern Voor een toroïde met een gesloten kern vinden we op analoge wijze gesloten kern

$$L = \frac{\mu_0 \mu_r N^2 A}{s} \quad (6.23)$$

opdracht Ga dit na.

spoel met niet-gesl. kern We zullen nu de zelfinductie berekenen voor een spoel van N windingen op een ijzerkern, waarin een luchtspleet a is. De doorsnede van de ijzerkern is A , de lengte s . Volgens (6.15) is

$$B = \frac{\mu_o N i}{s/\mu_r + a} ,$$

waaruit
$$\phi = \frac{\mu_o N^2 A i}{s/\mu_r + a}$$

en dus
$$L = \frac{\mu_o N^2 A}{s/\mu_r + a} \quad (6.24)$$

Als μ_r heel groot is, d.w.z. als $\mu_r \gg \frac{s}{a}$, is L bij benadering omgekeerd evenredig met a . Als we $1/L$ uitzetten tegen a vinden we een rechte lijn door de oorsprong.

opdracht Als μ_r niet heel groot is, vinden we bij $a \ll s$ een rechte lijn die niet door de oorsprong gaat. Hoe groot zijn dan de richtingscoëfficiënt en de asafsnede?

Antwoord: r.c = asafsn. =

opdracht* Zoek op in de bijbehorende handleiding, welke schakeling in de Marconi meetbrug gebruikt wordt om L te meten. Teken het schema in fig. 6.18a. Waarom moet je aan 2 knoppen draaien om de brug in balans te krijgen?

fig. 6.18a, brugschakeling voor het meten van L met de Marconi meetbrug.

exp. 6.1 Meet met de Marconimeetbrug de zelfinductie van een spoel met ijzerkern bij verschillende grootten van de luchtspleet. Maak een grafiek van $1/L$ tegen a en schat hieruit μ_r .

In H 3.3 (exp. 3.2) hebben we L bepaald uit de spanningen, die we maten over de elementen van een L-R-schakeling. Door V_L , V_R en V_{tot} uit te zetten in een vectordiagram, kon ωL berekend worden en vervolgens L .

vraag Kun je nog een methode bedenken om zelfinducties te meten, maar dan met een L-C- of L-C-R-schakeling?

exp. 6.2 Zet de spoel met 125 wikkelingen op een gesloten ijzerkern, in serie met een weerstand van ca 10Ω . Sluit als spanningsbron hierop een variac aan, die via een scheidingstransformator met het 220 V net verbonden is. Meet voor minstens 5 waarden van V_{tot} , tussen 0 en 50 Volt, de grootte

van V_{tot} , V_L en V_R en bereken m.b.v. een vectordiagram daaruit ωL .
N.B. Pas op! 220 V is levensgevaarlijk, ondanks de scheidingstrafo!

(Bij bouwen en veranderen van de schakeling dus altijd de stekker uit het stopcontact trekken!)

Bereken uit de waarden van ωL de grootte van μ_r . Maak een grafiek van μ_r tegen de stroom.

6.3

DE B-H KROMME.

In exp. 6.2 blijkt dat μ_r voor de gebruikte ijzersoort sterk afhangt van de gebruikte stroom. De achtergrond hiervan is, dat het verband tussen B en H in ferromagnetische materialen bepaald niet lineair is, zoals we tot dusverre veronderstelden (zie bijv. form. (6.12)). In fig. 6.19 staan 3 voorbeelden van het verband tussen B en H, zoals dat voor een bepaald materiaal kan zijn. Hierbij wordt een wisselend H-veld aangelegd. Er staan 3 gevallen, voor verschillende amplitudes van het H-veld. De krommes worden doorlopen in de richting van de pijl. In principe heeft voor elke ferromagnetische stof het verband tussen B en H zo'n lusvormig verloop. Men noemt zo'n lus een *hystereselus*.

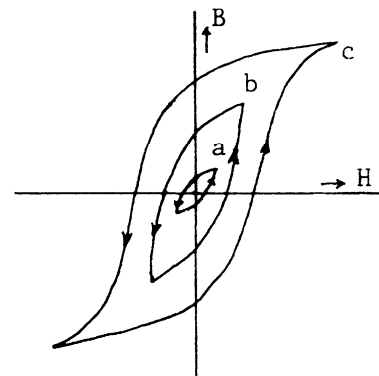


fig. 6.19 B-H krommes

Het zal nu wel duidelijk zijn, dat berekeningen aan ferromagnetische stoffen niet mogen worden uitgevoerd met "een bepaalde waarde van μ_r ". Alleen voor grove schattingen is dit handig. Voor "nette" berekeningen moeten we uitgaan van de hystereselus. We zullen nu de hystereselus eens nader bezien, zie fig. 6.20. Stel we beginnen met het materiaal in een toestand dat er geen magnetisch veld heerst:

$B=0$, $H=0$ (punt O). We noemen het dan *gedemagnetiseerd*. Nu gaan we (bijv. met een spoel) een H-veld opwekken. Naarmate H groter wordt, wordt de fluxdichtheid B ook groter, volgens de gestippelde lijn OA. Maken we H steeds maar groter, dan komen we via de stippellijn in punt B.

Daar is de toename van B heel klein geworden. De reden is, dat de magnetisatie M niet groter meer wordt. Tijdens het volgen van de stippellijn hebben de "elementaire magneetjes" zich steeds meer gericht naar het aangelegde veld, maar in B zijn ze allen gericht en kan de magnetisatie niet groter meer worden. We zeggen nu, dat het materiaal *verzadigd* is. De toename van B is dan nog slechts

$$\Delta B = \mu_0 \Delta H .$$

Laten we nu het H-veld langzaam in grootte afnemen, dan volgen we de getrokken lijn BC. In C is $H=0$, maar B niet!

De fluxdichtheid B, die dan nog heerst, wordt het *remanente veld* genoemd.

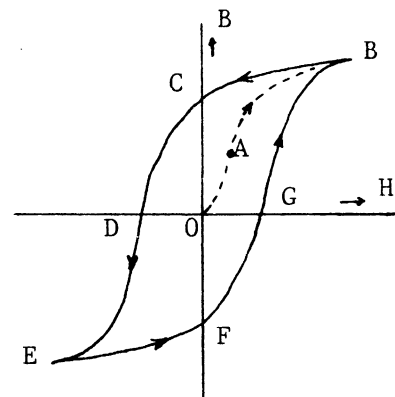


fig. 6.20 B-H kromme

De "elementaire magneetjes" zijn dus gedeeltelijk gericht gebleven. Om $B=0$ te maken, moet blijkbaar een H-veld in tegengestelde richting worden aangelegd. Gaan we dus een H-veld in tegengestelde richting opbouwen, dan volgen we de getrokken lijn naar D, het punt waar $B=0$. De magnetische veldsterkte die hiervoor nodig is, wordt van oudsher de *coercitiefkracht* genoemd en aangeduid met H_c . Maken we H in tegengestelde richting nog gróter dan komen we uiteindelijk weer in een punt, waar verzadiging optreedt: E. Nu is het materiaal in tegenovergestelde richting verzadigd. Hier geldt natuurlijk ook dat een toename van H slechts een toename $\Delta B = \mu \Delta H$ oplevert. Laten we nu H in grootte afnemen tot nul en vervolgens weer in de eerste richting toenemen, dan volgen we de getrokken lijn EFG. In F hebben we weer het remanente veld en in G moeten we de coercitiefkracht H_c aanleggen om $B=0$ te maken. We komen dus niet meer terug in O. Blijven we met dezelfde amplitude een wisselend H-veld aanleggen, dan blijven we langs de kromme GBCDEFG lopen. Hoe kunnen we dan de gedemagnetiseerde toestand (punt O) bereiken? Door een van richting wisselend H-veld op te wekken, waarvan de amplitude langzaam in grootte afneemt. Dan maken we steeds kleinere lussen. Op deze wijze wordt bijvoorbeeld recorder-tape gedemagnetiseerd.

Voor de verschillende toepassingen van de ferromagnetische eigenschappen zijn materialen ontwikkeld met zeer uiteenlopende B-H karakteristieken. Materialen met een grote coercitiefkracht (dus een brede lus) noemt men *magnetisch hard* en gebruikt men voor permanente magneten. In de electrotechniek gebruikt men veel materialen met een smalle lus; die noemt men *magnetisch zacht*. We zullen later zien, waarom men daar juist zachte materialen nodig heeft.

exp. 6.3

Bekijk op de oscilloscoop de B-H kromme van de aanwezige ijzerkern. Gebruik als spanningsbron een variac, die via een scheidingstransformator aan het net is aangesloten. Zet als maat van H de stroom door de spoel op de X-aansluiting en als maat van B de spanning over een tweede spoel, die op de ijzerkern wordt geplaatst. Die tweede spoel levert ons

$$v_2 = - \frac{d\phi}{dt},$$

waarin ϕ gelijk is aan een constante maal B. We moeten om B (of ϕ) te krijgen v_2 dus integreren. Zie fig. 6.21. Kies daarvoor geschikte waarden voor R_2 en C. Maak de spanning op de primaire spoel zo groot, dat verzadiging optreedt. Maak dan een schetsje van het oscilloscoopbeeld in fig. 6.22. Meet de waarden van V_x en V_y in het verzadigingspunt en schat daaruit de waarden van H en \vec{B} .

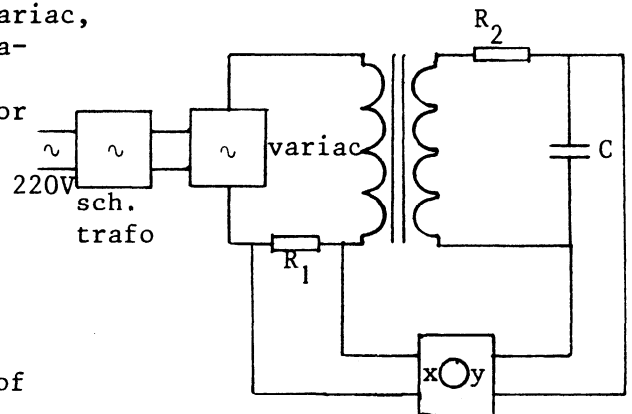


fig. 6.21 schakeling om B-H kromme op de oscilloscoop te bekijken.

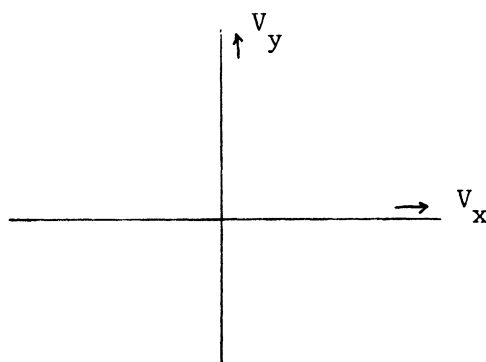


fig. 6.22 B-H kromme van ijzer

hysterese-
verlies

Stel dat het materiaal op een bepaald moment in een toestand verkeert, die wordt weergegeven door punt P in fig. 6.23. We laten H in een tijd Δt toenemen met een bedrag ΔH , waardoor B toeneemt met een bedrag ΔB . Het gevolg is dat de flux ϕ door de spoel groter wordt met een bedrag $\Delta\phi = NA \cdot \Delta B$. Dit vindt plaats in een tijd Δt , zodat de inductiespanning die optreedt $V_{ind} = -\Delta\phi/\Delta t$ is.

Om H op te wekken, moet er een stroom i lopen. De arbeid die deze stroom moet verrichten om H te vergroten is

$$\Delta W = i \cdot V_{ind} \cdot \Delta t = i \cdot \Delta\phi .$$

Invullen van $H = Ni/l_s$ en $\Delta\phi = NA \cdot \Delta B$ levert

$$\Delta W = s A \cdot H \cdot \Delta B .$$

$H \cdot \Delta B$ is het gearceerde stukje in fig. 6.23.

De arbeid die verricht moet worden om éénmaal rond te gaan langs de B-H kromme is

$$\int_{lus} dW = s A \cdot \int_{lus} H \cdot dB ,$$

d.w.z. de oppervlakte van de B-H kromme, vermenigvuldigd met het volume van het materiaal. Deze arbeid, die door een uitwendige energiebron moet worden geleverd, heet het *hystereseverlies*. Dit hystereseverlies resulteert uiteindelijk in de productie van warmte in het materiaal.

Meestal geeft men het hystereseverlies op per volumen-eenheid:

$$\text{hystereseverlies/vol. eenh.} = \int_{lus} H \cdot dB \quad (6.25)$$

Elke keer, dat de B-H kromme doorlopen wordt, verliest men dus het bedrag $\int_{lus} H \cdot dB$.

Dit betekent, dat bij wisselstromen van hoge frequentie, per tijdseenheid een groot hystereseverlies optreedt. Hier zien we het belang van magnetisch zachte materialen: dan is de hystereselus smal en dus de ingesloten oppervlakte klein.

wervel-
stromen

Er is nog een oorzaak van energieverlies in materiaal, dat zich in een veranderend magnetisch veld bevindt. Magnetische velden, waarvan de grootte verandert, wekken namelijk in elk geleidend materiaal stromen op,

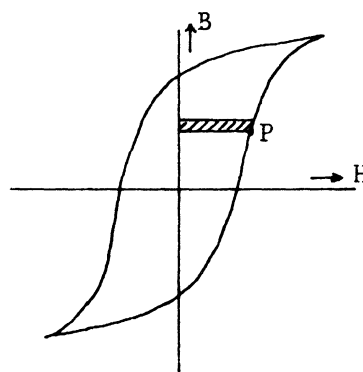


fig. 6.23 hystereseverlies

in overeenstemming met de inductiewet van Faraday. Deze stromen noemt men *wervelstromen*. In metalen (met een lage specifieke weerstand) kunnen grote stromen optreden, met als gevolg een groot energieverlies (I^2R). Daarom worden ijzernen niet uit één stuk gemaakt, maar samengesteld uit onderling geïsoleerde lamellen, op zodanige wijze dat de weerstand voor de wervelstromen zo hoog mogelijk is. Zie fig. 6.24.

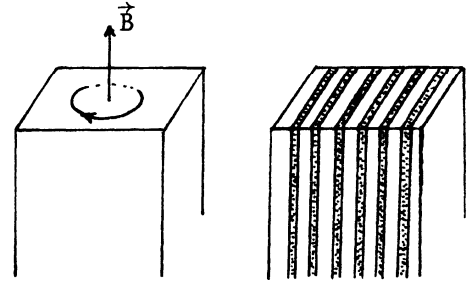


fig. 6.24 verkleinen van wervelstromen door lamellen

vraag Wordt het wervelstroomverlies niet juist groter, als R groter is?

Ook het toevoegen van verontreinigingen aan het ijzer helpt, want daardoor wordt de specifieke weerstand groter. Daarom gebruikt men tegenwoordig in transformatoren voor de lichtnet-frequentie altijd ijzer, dat met enige procenten silicium verontreinigd is. Deze toevoeging blijkt extra voordelig, omdat daardoor de hystereseverliezen ook kleiner worden.

Bij hoge frequenties is dit echter nog onvoldoende.

opdracht Ga na, dat de hystereseverliezen evenredig zijn met de frequentie en de wervelstroomverliezen evenredig met het kwadraat van de frequentie.

Men heeft daarom voor spoelen en transformatoren, die bij hoge frequenties gebruikt worden, speciale materialen ontwikkeld, waarvan

- 1) de B-H kromme zeer nauw is en
- 2) de specifieke weerstand zeer hoog is.

Dit zijn de zgn. *ferrietten*, die hoofdzakelijk bestaan uit ijzeroxiden, waaraan soms nog oxiden van andere metalen zijn toegevoegd.

opmerking De verliezen door hysteresis en wervelstromen vat men samen onder de naam *ijzerverliezen*. Er wordt ook energie verloren door de ontwikkeling van warmte (i^2R) in de koperdraad, waarvan de spoelen gewikkeld zijn. Dit noemt men de *koperverliezen*.

exp. 6.4 Bekijk de B-H kromme van ferroxcube op de oscilloscoop. Maak de stroom zo groot, dat verzadiging optreedt. Maak een schetsje van het oscilloscoopbeeld in fig. 6.25. Meet de waarden van V_x en V_y in het verzadigingspunt en schat daaruit de waarden van B en H.

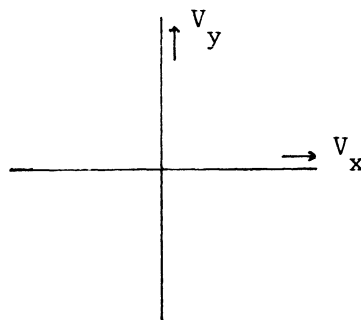


fig. 6.25 hystereselus van ferroxcube

De transformator bestaat uit een gesloten kern met daarop 2 spoelen: de primaire en de secundaire spoel. Op de primaire spoel sluit men een wisselspanningsbron aan. Aan de secundaire spoel onttrekt men, al naar gelang de toepassing, een hogere, lagere of gelijke spanning. In het laatste geval kan men de transformator gebruiken om een opstelling "galvanisch" te isoleren van het 220 V-net. Dan spreekt men van een scheidingstransformator.

Soms zijn op de kern meer dan één primaire en/of secundaire spoel gewikkeld.

Bij de volgende beschouwing zullen we voorlopig 4 idealiseringenn aannemen:

- 1) dat we het veld buiten de kern (het strooiveld) mogen verwaarlozen,
- 2) dat de kern overal dezelfde doorsnede A heeft,
- 3) dat H overal in het materiaal even groot is en berekend kan worden met een gemiddelde lengte van de integratieweg,
- 4) dat de ohmse weerstand van de spoelen nul is.

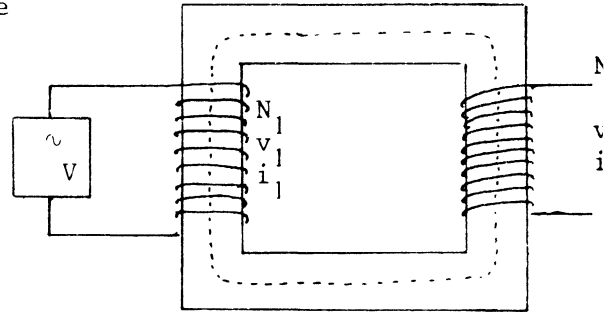


fig. 6.26 transformator

De grootheden van de primaire en de secundaire spoel geven we aan met de indices 1 en 2.

Door de stromen in de spoelen wordt in de kern een magnetisch veld opgewekt, met als gevolg dat de spoelen een magnetische flux omvatten.

Als de fluxdichtheid in de kern B is, zijn de fluxen:

$$\phi_1 = N_1 \cdot BA \quad \text{en} \quad \phi_2 = N_2 \cdot BA \quad (6.26)$$

$$\text{Omdat} \quad v_1 = - \frac{d\phi_1}{dt} \quad \text{en} \quad v_2 = - \frac{d\phi_2}{dt} \quad (6.27)$$

$$\text{is} \quad v_1 = - N_1 \cdot A \cdot \frac{dB}{dt} \quad \text{en} \quad v_2 = - N_2 \cdot A \cdot \frac{dB}{dt} \quad (6.28)$$

$$\text{Hieruit volgt:} \quad v_1 : v_2 = N_1 : N_2 \quad (6.29)$$

We zullen nu nagaan, hoe groot de stroom i_1 in de primaire spoel is, als de secundaire spoel een stroom i_2 levert aan een of andere belasting (bijv. een weerstand). We nemen daarvoor de integraal langs de gestippelde integratieweg (fig. 6.26):

$$\int_{\text{gesloten weg}} \vec{H} \cdot d\vec{l} = N_1 i_1 - N_2 i_2 .$$

Als we de lengte van de integratieweg l noemen, krijgen we

$$H = \frac{N_1 i_1 - N_2 i_2}{l} ,$$

$$\text{waaruit} \quad B = \mu_o \mu_r \cdot \frac{N_1 i_1 - N_2 i_2}{l} .$$

Voor de fluxen ϕ_1 en ϕ_2 geldt:

$$\frac{\phi_1}{N_1} = \frac{\phi_2}{N_2} = BA = \mu_o \mu_r A \cdot \frac{N_1 i_1 - N_2 i_2}{l} \quad (6.30)$$

Uit (6.28) volgt $\phi_1 = - \int v_1 dt$. Invullen levert:

$$- \frac{1}{N_1} \int v_1 dt = \mu_o \mu_r A \cdot \frac{N_1 i_1 - N_2 i_2}{l}$$

Vullen we nu (6.23) in voor de primaire spoel:

$$L = \frac{\mu_o \mu_r AN_1^2}{l} \quad (6.23)$$

dan krijgen we $-\frac{1}{N_1} \int v_1 dt = \frac{L}{N_1^2} (N_1 i_1 - N_2 i_2)$,

waaruit we i_1 kunnen oplossen:

$$i_1 = - \frac{1}{L} \int v_1 dt + \frac{N_2}{N_1} \cdot i_2 \quad (6.31)$$

of

$$i_1 = i_b + \frac{N_2}{N_1} \cdot i_2 \quad (6.32)$$

De eerste term, i_b , is de stroom die altijd in de primaire spoel loopt, ook als $i_2 = 0$. Deze wordt wel de *blindstroom* genoemd. Hij is 90° in fase achter op de primaire spanning, als dat een sinusvormige spanning is. Meestal is i_b klein, zodat dan

$$N_1 i_1 \approx N_2 i_2 \quad (6.33)$$

opdracht 1 Bewijs dat de dimensie van i_b die van stroom is.

opdracht 2 Bewijs, dat i_b 90° in fase achter is op $v_1 = \hat{v}_1 \sin \omega t$.

opdracht 3 Bewijs, dat als de secundaire spoel belast wordt met een weerstand, de secundaire *stroom* in fase is met de primaire *spanning*.

opdracht 4 Bewijs, uitgaande van $\phi_1 = - \int v_1 dt$ en (6.26), dat bij lage frequentie het kernmateriaal eerder in verzadiging raakt, dan bij hoge frequentie. Waarom gebruikt men in vliegtuigen wisselspanningsgeneratoren, die werken bij een frequentie, die veel hoger is dan 50 Hz?

De energie, die een wisselspanningsbron levert aan de primaire spoel, is per periode ($T = 2\pi/\omega$)

$$E_1 = \int_0^T v_1 i_1 dt = \int_0^T v_1 i_b dt + \int_0^T v_1 \cdot \frac{N_2}{N_1} \cdot i_2 dt.$$

De term met de blindstroom is nul, want v_1 en i_b verschillen 90° in fase.

opdracht Ga na, dat $\int_0^T \sin \omega t \cos \omega t dt = 0$.

De tweede term is precies gelijk aan de energie, die de secundaire spoel per periode levert:

$$E_2 = \int_0^T v_2 i_2 dt = \int_0^T \frac{N_2}{N_1} \cdot v_1 \cdot i_2 dt$$

Het blijkt dus dat in het ideale geval alle energie die de spanningsbron levert, via de transformator naar de belasting wordt getransporteerd. In werkelijkheid gebeurt dat nooit, want er zijn velerlei verliesfactoren:

1) de ijzer- en koperverliezen, waardoor het faseverschil tussen v_1 en i_1 kleiner dan 90° is, en

2) het "verlies van flux" uit de kern (met als resultaat een strooiveld), waardoor

$$\phi_2 < \frac{N_2}{N_1} \cdot \phi_1 \quad \text{en dus ook} \quad v_2 < \frac{N_2}{N_1} \cdot v_1 .$$

exp. 6.5 Bouw met de beschikbare spoelen en de ijzerkern een transformator. Meet de blindstroom. Belast de secundaire spoel met een weerstand en bekijk op de oscilloscoop de stromen en spanningen. Ga na, of $v_1/v_2 = N_1/N_2$. Zijn v_1 en v_2 in fase? Is i_2 in fase met v_1 en v_2 ?

opdracht Gegeven een audio-versterker met een inwendige weerstand aan de uitgang van $4 \text{ k}\Omega$. Hierop moet een luidspreker worden aangesloten met een weerstand van $4 \text{ }\Omega$ (neem aan dat beide weerstanden zuiver ohms zijn). Als de luidspreker rechtstreeks wordt aangesloten wordt een zeer gering deel van het beschikbare vermogen aan de luidspreker afgegeven. Welk deel? In H 2 hebben we gezien, dat de energie-afgifte van een spanningsbron optimaal is, als de hoeveelheid energie die wordt afgegeven aan de belasting even groot is als de energie die in de spanningsbron wordt gedissipeerd. Dat kan nu bereikt worden met een transformator, want daar is $v_1 i_1 = v_2 i_2$. Bereken welke wikkelverhouding de transformator dan moet hebben. We noemen dit: aanpassen van de impedantie.

7. DE TRANSISTOR

7.0 INLEIDING

doelstelling Doel van dit hoofdstuk is inzicht te geven in de fysische grondslag van de stroomversterking bij de transistor. Deze eigenschap wordt gedemonstreerd met twee schakelingen: de versterker en de impedantietransformator.

U zult leren om zelf zo'n schakeling te ontwerpen, te bouwen en er metingen aan te doen met de oscilloscoop.

In dit hoofdstuk maken we gebruik van het principe van de halfgeleiderdiode (H 2.9), het bedienen van de oscilloscoop (H 4) en de theorie van de 1e orde filters (H 5.2).

7.1 FYSISCH GRONDSLAG VAN DE TRANSISTOR

literatuur 0 Texas Instruments - Understanding solid-state Electronics (1972), Ch. 7
 Δ J. Davidse - Grondslagen van de elektronica 1 (1972), 8.1 en 8.2
 Δ G.H. Olsen - Electronics (1973), p. 104 t/m 107
 Δ J.J. Brophy - Basic Electronics for scientists (1966), 6.7
 + H. de Waard - Electronica (1966), H 2-5, 2-6
 ++ I.J. Kampel - Semiconductors (1971), H 7 en 8
 ++ Klein, Zaalberg, van Zelst - Instrumentele electronica (1966), § 20

Van de diverse families der transistoren behandelen we alleen de zgn. npn-transistor. De theorie der pnp-transistoren is analoog aan die voor npn-transistoren en behoeft dus niet apart te worden behandeld.

opbouw npn-transistor Een npn-transistor is opgebouwd uit twee laagjes n-type halfgeleider (meestal Si) collector en emitter genoemd, gescheiden door een plaatselijk zeer dun laagje p-type halfgeleider, de basis, zie fig. 7.1. Het symbool is afgebeeld in fig. 7.2.

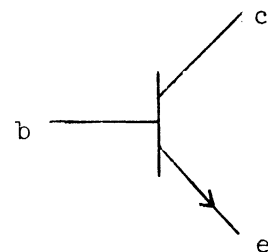
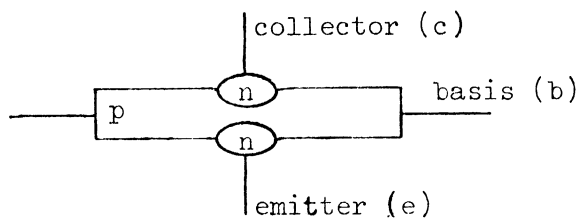
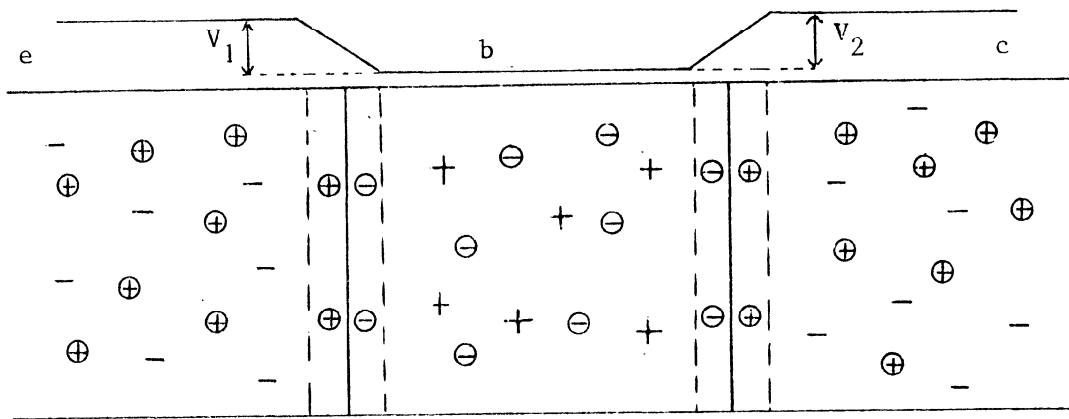


fig. 7.1 opbouw npn-transistor

fig. 7.2 symbool voor npn-transistor

vraag Wat zijn de meerderheidsladingsdragers in n-Si?
 Wat zijn de meerderheidsladingsdragers in p-Si?

De npn-transistor is dus te beschouwen als een combinatie van twee pn contacten met een gemeenschappelijk p-gebied. In de structuur van een npn-transistor, getekend in fig. 7.3 is het normale Si- (of Ge-) rooster duidelijkheidshalve weggelaten. We hebben dus alleen de toevoegingen en de vrije electronen en gaten getekend.



- ⊖ = driewaardige verontreiniging (acceptor)
- ⊕ = vijfwaardige verontreiniging (donor)
- = vrij electron
- + = vrij gat

fig. 7.3 structuur van een npn-transistor

Over de grenslaag eb resp. bc zien we het inwendige elektrische potentiaalverloop aangegeven.

opdracht Verklaar het ontstaan van dit potentiaalverloop.

We nemen de transistor nu op in een schakeling zoals getekend in fig. 7.4.

- vraag Gaat er na het sluiten van S_1 een stroom lopen door de diode overgang bc:
- a) tengevolge van de meerderheidsladingsdragers? ja/nee
 - b) tengevolge van de minderheidsladingsdragers? ja/nee

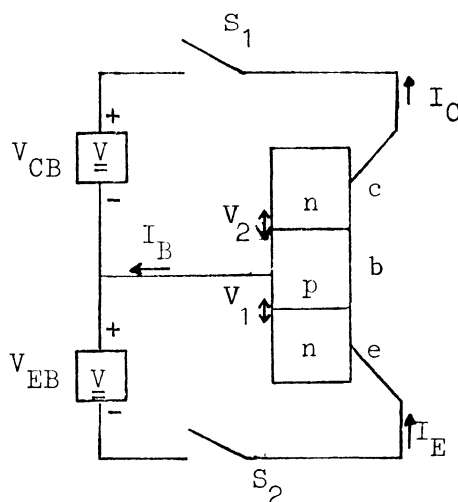


fig. 7.4 bij de werking van een transistor de richting van de electronenstroom is aangegeven.

lekstroom De kleine stroom welke na het sluiten van S_1 door de nu gesperde overgang bc loopt, heet de lekstroom en wordt veroorzaakt door de minderheidsladingsdragers. Deze stroom wordt verder verwaarloosd, omdat de invloed ervan bij de Si-transistoren, die wij zullen gebruiken, zeer gering

We sluiten nu schakelaar S_2 . Hierdoor wordt de diode-overgang be- geleidend.

vragen

Welke ladingsdragers zorgen voor de stroom in de emitter resp. die in de basis?

In welke richting stromen deze ladingsdragers?

Door welke functie wordt het verband weergegeven tussen V_{BE} en I_E ?

recombi-
natie

De werking van de transistor berust er op dat electronen uit de emit- ter via de basis de collector bereiken.

De electronen die uit de emitter komen kunnen in de basis recombineren met de daar aanwezige gaten. In de tijd die daarvoor gemiddeld nodig is, hebben veel electronen de collector al bereikt. Dit effect wordt versterkt, doordat tussen de basis en de collector een positieve span- ning staat waardoor in de grenslaag basis-collector een hoge positieve veldsterkte heerst. Om zoveel mogelijk electronen in de gelegenheid te stellen de collector te bereiken wordt de basis bovendien zeer dun ge- maakt (in de orde van de gemiddelde vrije weglengte van de electronen). De *gaten* die de emitter bereiken, dragen niet bij tot de transistor- werking. Om deze gatenstroom klein te houden, wordt de basis minder sterk verontreinigd dan de emitter. Dit draagt er tevens toe bij, dat de kans op recombinatie voor de electronen in de basis kleiner wordt. Het grootste deel van de electronenstroom, die in de emitter naar de basis gaat, loopt dus door naar de collector.

Wanneer we afzien van de lekstroom van collector naar basis kunnen we schrijven $I_C = \alpha I_E$ en $I_B = (1-\alpha)I_E$, waarin α de fractie van de emitter- stroom is, die naar de collector stroomt. Voor niet te kleine waarden van V_{CB} heeft α een waarde die zeer weinig van 1 verschilt.

Er loopt dan een veel grotere stroom van de emitter naar de collec- tor, dan van de emitter naar de basis. De grootte van de verhouding van deze stromen:

$$I_C/I_B = \alpha/(1-\alpha) = \beta \quad (7.1)$$

kan in verschillende exemplaren van hetzelfde type aanmerkelijk ver- schillen (van ca 200 tot 600 x).

Nemen we bijvoorbeeld een transistor met $\beta = 500$, dan betekent dit, dat voor elk electron dat de basis verlaat (naar de basisleiding) er 500 naar de collector gaan. De kans om te recombineren met een gat in de basis is dus 1 op 500. Maken we de basisstroom bijv. 10% groter, dan zal dus de collectorstroom ook 10% groter zijn, want de kans op recom- binatie blijft 1 op 500.

stroomver-
sterking

We zeggen dat de stroomversterking van deze transistor 500x is.

Hier ligt de basis van alle toepassingen van de transistor: met de groot- te van de basisstroom I_B kunnen we de grootte van de collectorstroom I_C regelen.

wissel-
stroomver-
sterking

We kunnen de ingangsstroom i_B laten variëren door op de gelijkstroom I_B een wisselstroomcomponent i_b ($< I_B$) te superponeren. Er geldt dus:

$$i_B = I_B + i_b . \quad (7.2)$$

Evenzo geldt voor de collectorstroom:

$$i_C = I_C + i_c \quad (7.3)$$

Om nu te begrijpen, hoe van de stroomversterking gebruik gemaakt wordt bij de praktische toepassing van de transistor, zullen we eerst nagaan op welke manier de transistor in principe in een schakeling met in- en uitgang (b.v. een versterker) kan worden opgenomen.

fundamen-
tele scha-
kelingen

Daar de transistor drie aansluitpunten heeft, moet noodzakelijkerwijs één transistor aansluiting zowel tot de ingangskring als tot de uitgangskring behoren. We kunnen hierdoor drie fundamentele schakelingen onderscheiden nl.:

- 1) de gemeenschappelijke-basisschakeling (g.b.s.), fig. 7.5.
- 2) de gemeenschappelijke-emitterschakeling (g.e.s.), fig. 7.6.
- 3) de gemeenschappelijke-collector schakeling (g.c.s.), fig. 7.7.

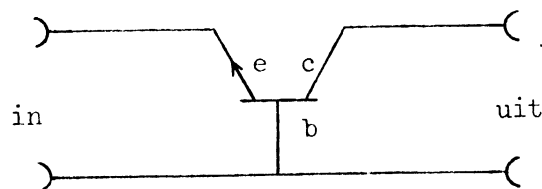


fig. 7.5 gemeenschappelijke-basisschakeling

g.b.s.

De g.b.s. is reeds gebruikt bij het nagaan van de werking van een transistor (fig. 7.4). Deze schakeling wordt door ons verder niet behandeld.

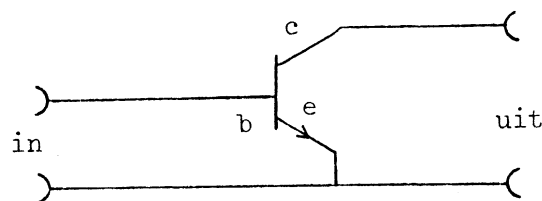


fig. 7.6 gemeenschappelijke-emitterschakeling

g.e.s.

Dit is de meest voorkomende versterkerschakeling. We zullen deze uitvoerig bespreken in H 7.2.

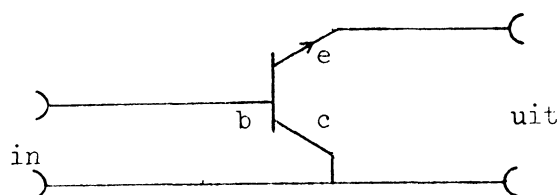


fig. 7.7 gemeenschappelijke-collector schakeling

g.c.s. De g.c.s. wordt meestal emittervolger genoemd. Deze schakeling wordt besproken in H 7.3.

karakteris- De relaties tussen de verschillende grootheden, zoals I_B , I_C , V_{BE} kan
 tieken men in grafieken weergeven. Men noemt deze de karakteristieken van de transistor. We zullen deze grafieken nu achtereenvolgens bespreken, voor het geval van de gemeenschappelijke emitterschakeling.

7.2 DE GEMEENSCHAPPELIJKE-EMITTERSCHAKELING: DE VERSTERKER

Bij deze schakeling worden de spanningen aangesloten tussen basis en emitter en tussen collector en emitter, zie fig. 7.8.
 Als de transistor werkt, zal $V_{BE} \approx 0,7$ Volt zijn, dus V_{CB} is dan 0,7 V kleiner dan V_{CE} .

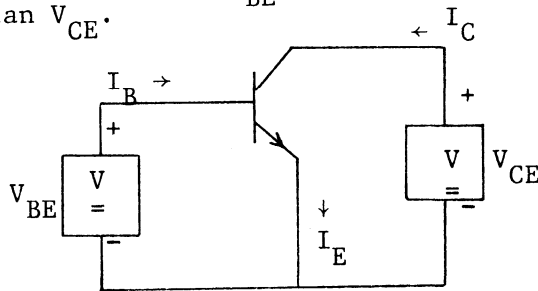


fig. 7.8 g.e.s.

De basisstroom is vrijwel alleen afhankelijk van de aangelegde spanning V_{BE} en nauwelijks te beïnvloeden met de spanning V_{CE} ; zie fig. 7.9 resp. 7.10.

ingangskarakteris- De grafiek die het verband geeft tussen I_B en V_{BE} noemen we de
 rakteristiek "ingangskarakteristiek".

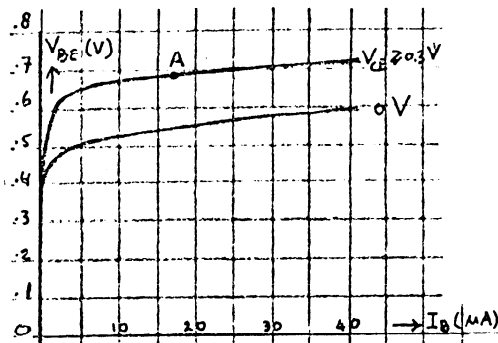


fig. 7.9 ingangskarakteristiek

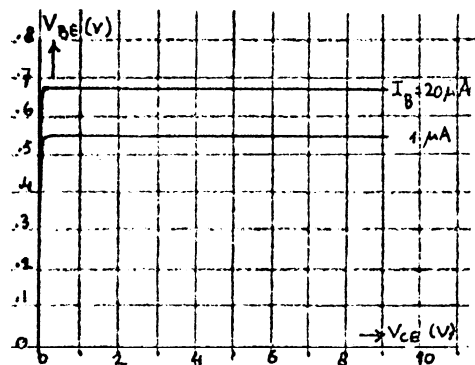


fig. 7.10 spanningsterugwerkingskarakteristiek

Normaal gebruikt men de transistor met een ruststroom I_B , die zo groot is, dat we in het lineaire deel van de karakteristiek zitten, zodat het verband tussen een op I_B gesuperponeerde wisselstroom i_b en de daarbij behorende wisselspanning v_{be} lineair is. Zie bijv. punt A in fig. 7.9.

ingangsweerstand Voor wisselstroom (of spanning) wordt de "ingangsweerstand" r_b gegeven door

$$r_b = \left(\frac{\partial v_{be}}{\partial i_b} \right)_A, \quad (7.4)$$

de helling van de karakteristiek in het punt A.

opdracht Ga na dat deze grootte inderdaad de dimensie van een weerstand heeft.

Uit de karakteristiek van fig. 7.10 blijkt, dat de invloed van V_{CE} op V_{BE} (de "spanningsterugwerking") verwaarloosbaar is.

uitgangskarakteristiek Het verband tussen I_C en V_{CE} wordt in fig. 7.12 weergegeven voor verschillende waarden van I_B . Dit zijn de "uitgangskarakteristieken". Voor een constante waarde van I_B zijn deze karakteristieken recht, mits $V_{CE} > 0,7$ V.

Als I_C geheel onafhankelijk zou zijn van V_{CE} , zouden deze karakteristieken horizontaal moeten lopen. Het feit dat I_C praktisch evenredig is met V_{CE} kunnen we formeel verklaren door de aanwezigheid van een inwendige weerstand r_c aan te nemen. We stellen de uitgang van de transistor dan voor door een stroombron ter grootte βI_B met parallel daaraan een inwendige weerstand r_c . Zie fig. 7.11.

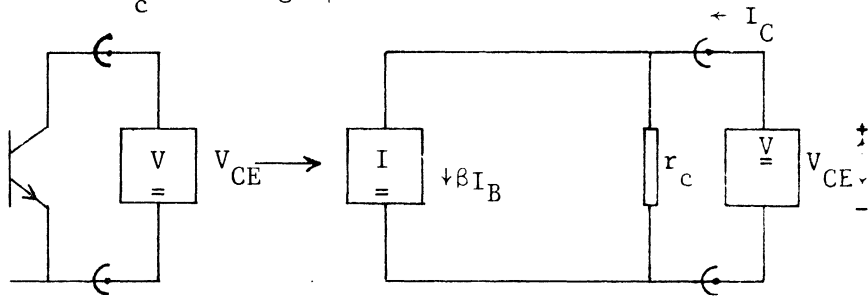


fig. 7.11 vervangingschema van de uitgang

Ten gevolge van r_c loopt er uitwendig een stroom $I_C = \beta I_B + V_{CE}/r_c$. r_c wordt gevonden uit de helling van de uitgangskarakteristieken:

$$r_c = \left(\frac{\partial V_{CE}}{\partial I_C} \right) A \quad (7.5)$$

stroomversterkingskarakteristiek We kunnen het verband tussen I_C en I_B ook direct weergeven in een grafiek, de stroomversterkingskarakteristiek, zie fig. 7.13. Hier zien we de invloed van r_c in de verandering van de helling van de karakteristiek met V_{CE} .

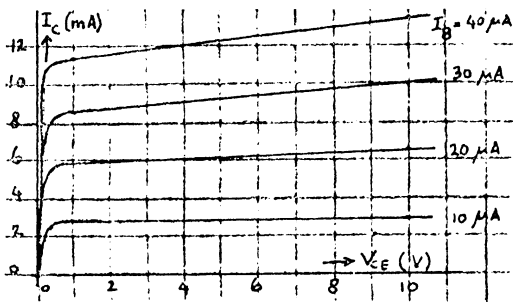


fig. 7.12 uitgangskarakteristiek

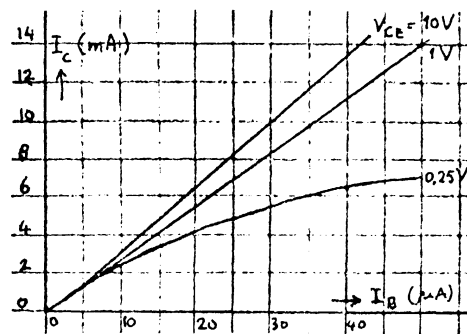


fig. 7.13 stroomversterkingskarakteristiek

De vier genoemde karakteristieken, die niet onafhankelijk zijn van elkaar (!), voegen we samen tot één karakteristiekenblad. Zie het karakteristiekenblad van de BC 148B.

exp. 7.1 Bouw de schakeling van fig. 7.14. Neem in de basisleiding een vaste weerstand van 220 kΩ in serie met een variabele weerstand van 1 MΩ op. Meet I_C als functie van I_B . Bepaal de stroomversterkingsfactor β . Klopt de gevonden waarde voor β met die uit de karakteristieken? Is preciese overeenkomst te verwachten?

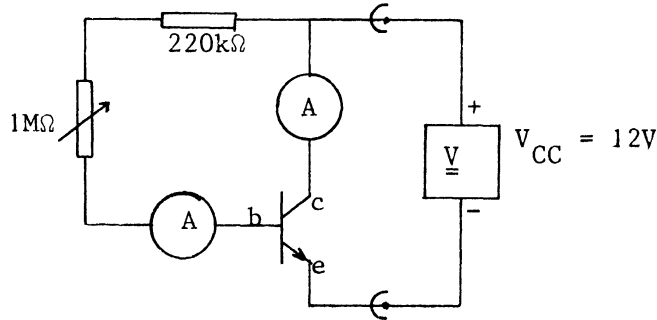


fig. 7.14 meting van β

We zien in exp. 7.1, dat de basisstroom I_B ingesteld kan worden met een weerstand in de basisleiding. Deze weerstand noemen we de "basisweerstand" R_B . De grootte van R_B voor een gekozen basisstroom I_B wordt gevonden uit

$$R_B = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{I_B} \quad (7.6)$$

We hebben gezien, dat kleine variaties van de basisstroom grote veranderingen van de collectorstroom ten gevolge hebben. Omdat we meestal geïnteresseerd zijn in *spanningsvariaties* aan de uitgang van de transistorschakeling, nemen we in de collectorleiding een weerstand R_C op, zie fig. 7.15. Deze weerstand noemen we de "collectorweerstand".

Hierdoor is V_{CE} niet meer gelijk aan de voedingsspanning V_{CC} :

$$V_{CE} = V_{CC} - I_C R_C \quad (7.7)$$

We zien dat, als I_C verandert, ook V_{CE} verandert.

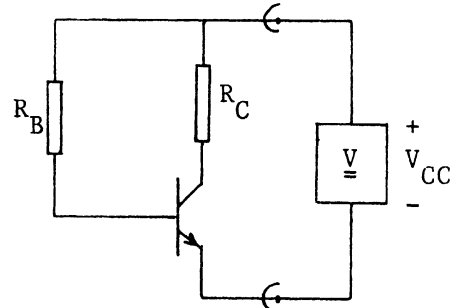


fig. 7.15 versterker

Het lineaire verband tussen I_C en V_{CE} :

$$I_C = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{R_C} \quad (7.8)$$

geeft men in de uitgangskarakteristiek weer door de zgn. belastingslijn. Deze lijn gaat door $(I_C = 0, V_{CE} = V_{CC})$ en $(I_C = V_{CC}/R_C, V_{CE} = 0)$. Zie fig. 7.16.

opmerking De belastingslijn wordt alleen bepaald door de voedingsspanning V_{CC} en de collectorweerstand R_C . Dus niet door de eigenschappen van de transistor!

De grootte van R_C voor een gekozen collectorruststroom I_C en een gekozen rustspanning V_{CE} wordt dus gevonden uit:

$$R_C = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{I_C} \quad (7.9)$$

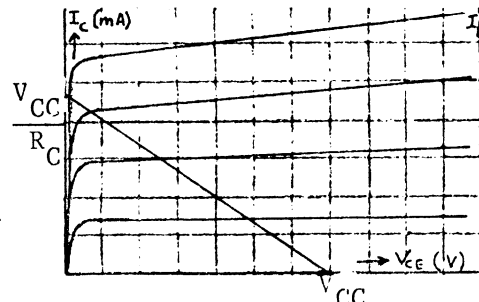


fig. 7.16 belastingslijn

opdracht Teken op het karakteristiekenblad de belastingslijn voor $V_{CC} = 10$ V en $V_{CE} = 5,5$ V, $I_C = 4,5$ mA. Bereken de grootte van R_C .

instelpunt Bij de gegeven voedingsspanning $V_{CC} = 10$ V hebben we nu dus een instelpunt gekozen: $V_{CE} = 5,5$ V, $I_C = 4,5$ mA.

vragen Hoe groot moet I_B dan zijn en welke waarde moeten we kiezen voor R_B ?

exp. 7.2 Gegeven een npn-transistor met karakteristieken als van de BC 148B. De voedingsspanning $V_{CC} = 12$ V. Neem als instelpunt $V_{CE} \approx 6$ V, $I_C = 6$ mA. Bepaal de grootte van R_C en R_B . Teken de belastingslijn in de karakteristieken. Bouw het schema uit fig. 7.15. Meet I_B , I_C , V_{BE} en V_{CE} . Controleer of het gemeten punt (V_{CE} , I_C) op de belastingslijn ligt. Herhaal deze metingen voor ca 0,5 keer en 1,5 keer de waarde van I_B en teken de twee puntenparen in dezelfde karakteristieken. Ga weer na of deze punten op de belastingslijn liggen.

We gaan nu deze zelfde schakeling gebruiken om een wisselspanning te versterken. Daartoe sluiten we die wisselspanning via een condensator aan op de basis, zie fig. 7.17.

vraag Waarom is de condensator aan de ingang aangebracht?

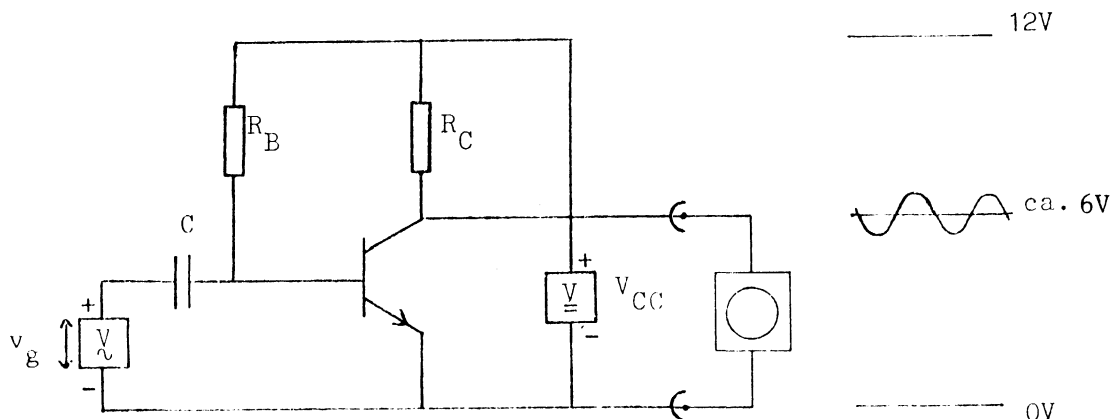
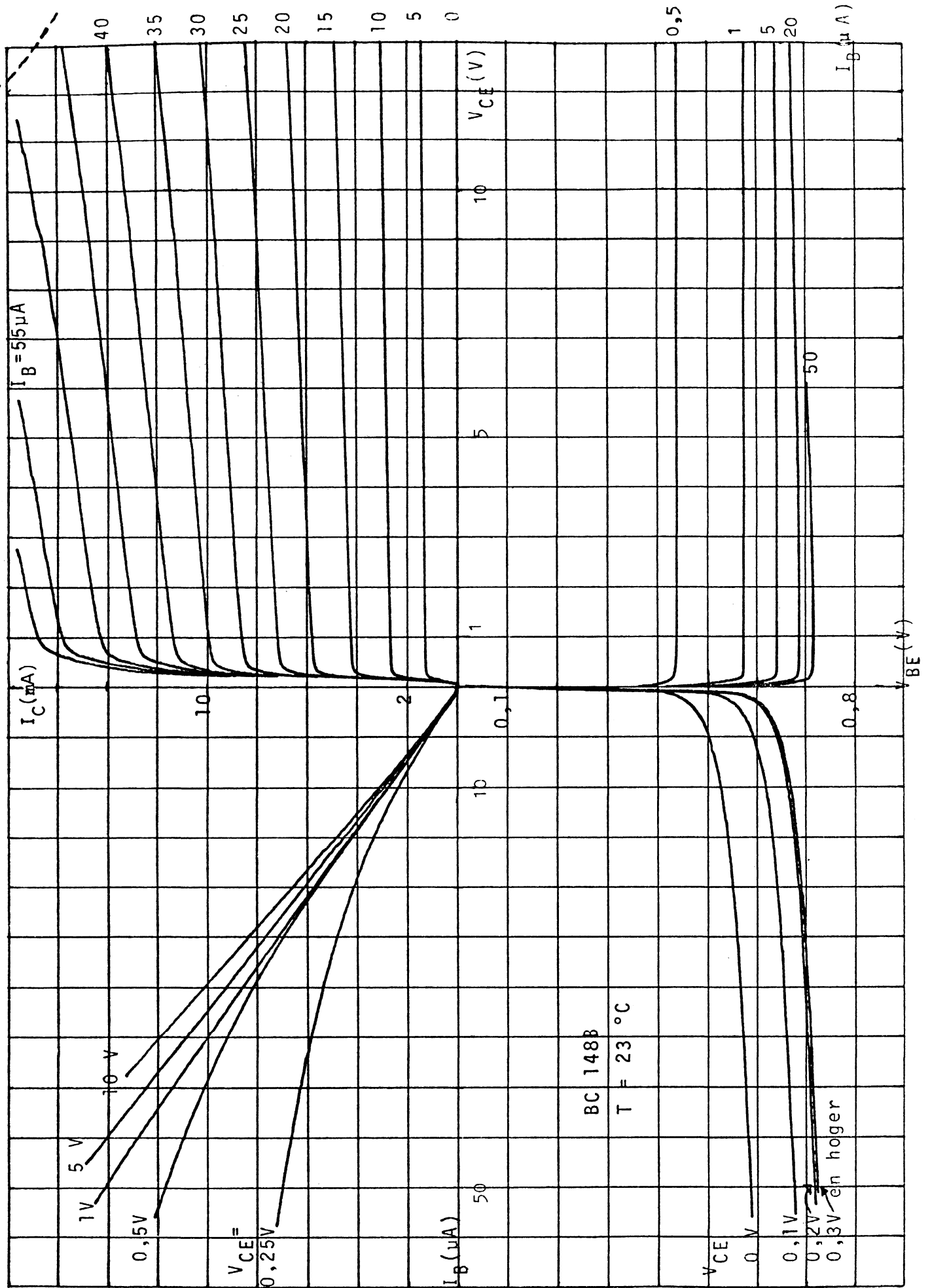
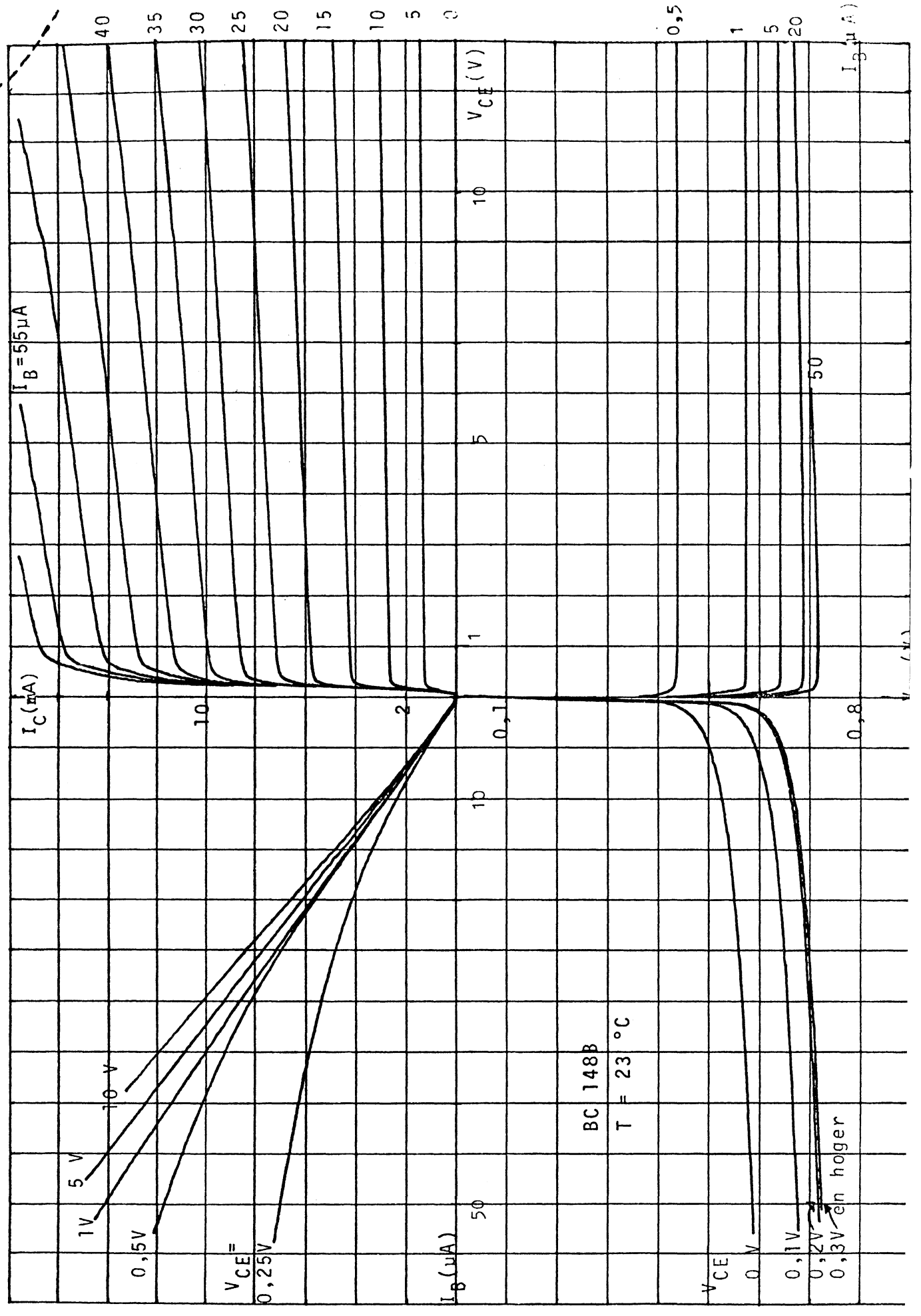


fig. 7.17 versterkerschakeling



TRANSISTOR KARAKTERISTIEKEN

$P_{max} = 220 \text{ mW}$



TRANSISTOR KARAKTERISTIEKEN

Aan de uitgang zijn we alleen maar geïnteresseerd in de grootte van de wisselspanning en niet in gelijkspanning waarop hij gesuperponeerd is.

spannings- We definiëren de spanningsversterking A_v door
versterking

$$A_v = \frac{dV_{CE}}{dV_{BE}} = \frac{v_{cc}}{v_{be}} \approx \frac{\Delta V_{CE}}{\Delta V_{BE}}$$

Deze grootte is direct te berekenen uit de resultaten van exp. 7.2. Hetzelfde geldt voor de stroomversterking:

$$A_i = \frac{dI_C}{dI_B} = \frac{i_c}{i_b} \approx \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B}$$

opdracht* Bereken de spanningsversterking A_v en de stroomversterking A_i uit de in exp. 7.2 gemeten punten.

Het verband tussen de op de basis aangelegde wisselspanning en de daardoor veroorzaakte wisselstroom aan de ingang wordt bepaald door de ingangsweerstand r_b , zie formule (7.4) en fig. 7.9. Stellen we de ingang van de transistor voor door een weerstand r_b , dan krijgen we voor de ingang het volgende vervangingsschema, zie fig. 7.18.

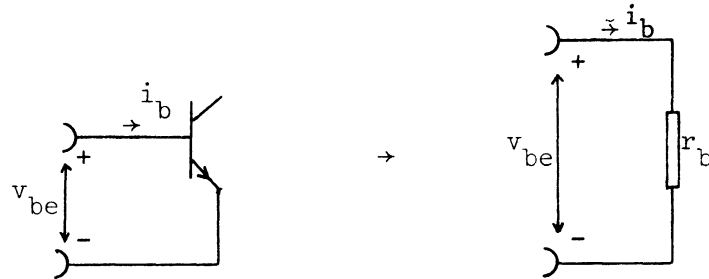


fig. 7.18 vervangingsschema voor ingang

vervangingsschema

We zullen nu de hele versterker van fig. 7.17 door zijn vervangingsschema voor wisselspanning weergeven. We kunnen dan de voedingsspanningsbron V_{CC} vervangen door zijn (zeer kleine) inwendige weerstand, m.a.w. door een kortsluiting. We tekenen in fig. 7.17 i.p.v. de transistor het vervangingsschema voor de ingang en de uitgang van de transistor (resp. fig. 7.18 en 7.11). Zie fig. 7.19.

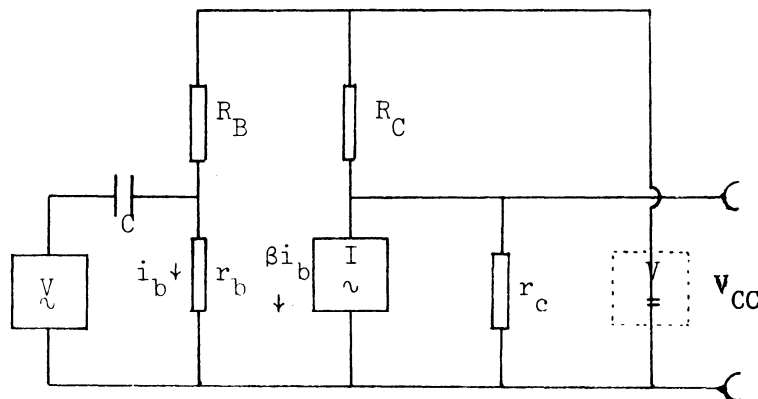


fig. 7.19 vervangingsschema

opmerking We hebben in het vervangingsschema voor de uitgang de gelijkstroom- en gelijkspanning ook weggelaten en alleen de wisselstroom- en de wisselspanningscomponenten weergegeven.

Het vervangingsschema wordt overzichtelijker als we de basis- en de collectorweerstand "naar beneden" tekenen, zie fig. 7.20.

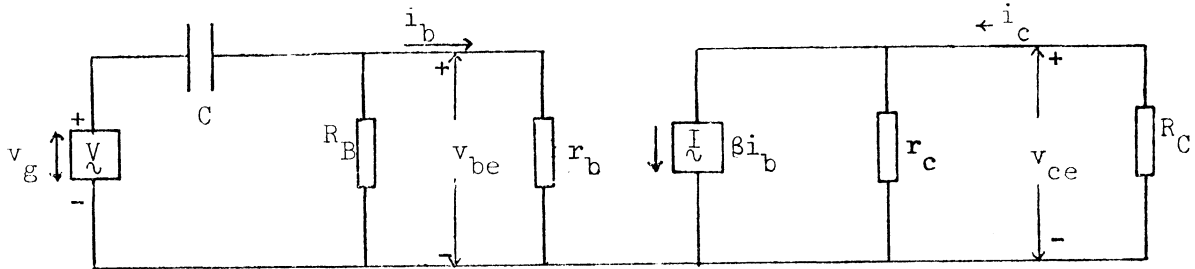


fig. 7.20 vervangingsschema versterkerschakeling voor wisselspanning

Aan de ingang van de versterker zien we een hoogdoorlatend filter, gevormd door de condensator C en de weerstand $R_B // r_b$.

We zullen de in fig. 7.20 getekende ideale wisselspanningsbron voorzien van een inwendige weerstand R_g , zie fig. 7.21 en vervolgens diverse grootheden uitrekenen. De grootte orde van R_B is $500 \text{ k}\Omega$ en die van r_b $2 \text{ k}\Omega$; we kunnen R_B dus t.o.v. r_b verwaarlozen. Dus $i_b \approx i_1$. Verder kiezen we de frequentie van v_g zo hoog dat de impedantie van de condensator klein wordt t.o.v. r_b .

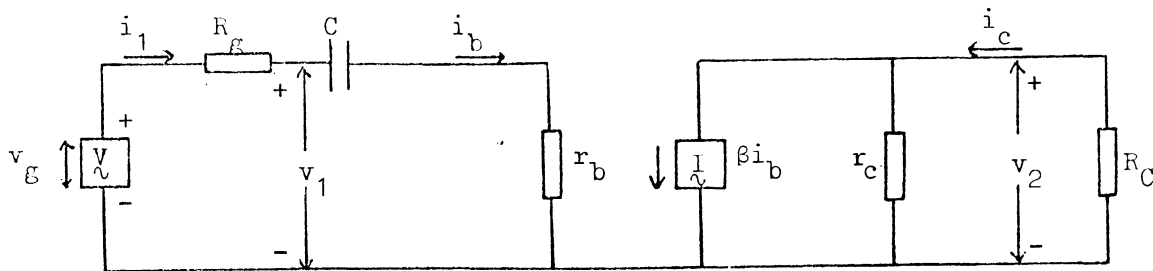


fig. 7.21 vervangingsschema versterkerschakeling

spannings- De spanningsversterking A_v is:
versterking

$$A_v = v_2 / v_g$$

Hierin is

$$v_2 = -\beta i_b (r_c // R_C)$$

en

$$v_g \approx i_b (R_g + r_b), \text{ zodat}$$

$$A_v = \frac{-\beta (r_c // R_C)}{R_g + r_b} \quad (7.10)$$

vraag Wat is de fysische betekenis van het minteken in (7.10)?

stroomversterking De stroomversterking A_i is

$$A_i = i_c / i_1 \approx i_c / i_b ,$$

waarin

$$i_c = \frac{r_c}{r_c + R_c} \cdot \beta i_b ,$$

zodat

$$A_i = \beta \cdot \frac{r_c}{r_c + R_c} \quad (7.11)$$

vermogensversterking De vermogensversterking A_p is gedefiniëerd als $A_p = |A_v| \cdot |A_i|$. Dus

$$A_p = \beta^2 \cdot \frac{(r_c // R_c)^2}{(R_g + r_b) R_c} \quad (7.12)$$

afschatting: We kunnen de formules (7.10) en (7.11) nog verder vereenvoudigen door nog enkele benaderingen in te voeren. We kunnen dit tamelijk ruw doen, omdat de eigenschappen van de gebruikte transistors vrij sterk uiteen kunnen lopen.

Nemen we aan dat

$$\begin{array}{ll} \beta \approx 300 & R_g \approx 100 \Omega \\ r_c \approx 10 \text{ k}\Omega & R_C \approx 1 \text{ k}\Omega \\ r_b \approx 2 \text{ k}\Omega & R_B \approx 500 \text{ k}\Omega \end{array}$$

dan krijgen we de volgende benaderingsformules:

$$A_v \approx -\beta R_C / (R_g + r_b) \quad (7.13)$$

$$A_i \approx \beta \quad (7.14)$$

$$A_p \approx \beta^2 R_C / (R_g + r_b) \quad (7.15)$$

Voor de grootte-orde kunnen we dus de volgende waarden aanhouden:

$$A_v \approx 150; A_i \approx 300; A_p \approx 5 \cdot 10^4.$$

vraag Waar komt het door de versterker geleverde extra wisselspanningsvermogen vandaan?

ingangsweerstand De ingangsweerstand van de versterker is gedefiniëerd als

$$r_1 = v_1 / i_1 .$$

Uit het vervangingschema zien we direct dat voor de versterker geldt

$$r_1 = R_B // r_b \approx r_b \quad (7.16)$$

d.w.z. de ingangsweerstand r_b van de enkele transistor parallel aan R_B . Door de verwaarlozing van de spanningsterugwerking is de ingangsweerstand onafhankelijk van wat we op de uitgang aansluiten (de belasting).

uitgangsweerstand De inwendige weerstand van de uitgang, ofwel de "uitgangsweerstand", is, zoals het vervangingschema leert:

$$r_2 = r_c // R_C \approx R_C \quad (7.17)$$

De uitgangsweerstand is in de door ons gekozen benadering onafhankelijk van het ingangscircuit.

Voor de grootte-orde kunnen we de volgende waarden aanhouden:

$$r_1 \approx 2 \text{ k}\Omega \quad r_2 \approx 1 \text{ k}\Omega$$

- exp. 7.3 Bouw hetzelfde schema als in exp. 7.2. Bereken de grootte van de ingangscondensator zodanig, dat een hoogdoorlatend filter verkregen wordt dat bij 100 Hz ca 3 dB verzwakt. Teken het schema op het waarnemingsblad en geef hierin de gekozen waarden van de elementen aan. Sluit op de ingang een laagfrequentgenerator aan en op de uitgang een oscilloscoop. Bepaal de spanningsversterking A_v als functie van de frequentie ν . Zet A_v uit op half-logaritmisch papier tegen ν . Bedenk een methode om de stroomversterking te meten en doe dit voor die frequentie waar A_v maximaal is. Meet voor deze frequentie tevens de ingangsweerstand en de uitgangsweerstand van de versterker. Bereken ook de vermogensversterking. Bereken de versterkingen ook uit de formules (7.13) t/m (7.15). Vergelijk deze met de gemeten waarden en met de waarden gevonden in exp. 7.2. Vergroot de spanning van de laagfrequentgenerator tot een zodanige waarde, dat aan de uitgang van de versterker geen zuivere sinus meer te zien is. Verklaar het waargenomen resultaat.

7.3 DE GEMEENSCHAPPELIJKE COLLECTORSCHAKELING; DE EMITTERVOLGER OF IMPEDANTIETRANSFORMATOR.

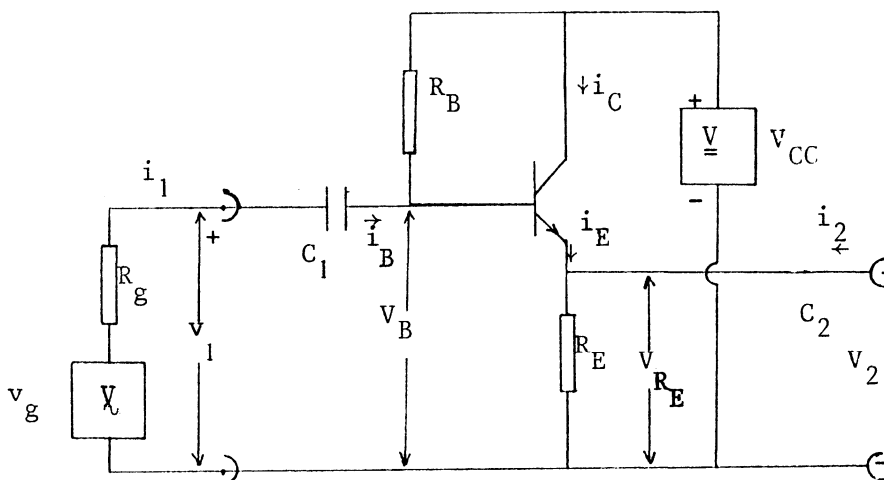


fig. 7.22 de emittervolger

fysische
werking

Het schema van de emittervolger is afgebeeld in fig. 7.22. In deze schakeling is de collector het gemeenschappelijk referentiepunt voor wisselspanningen aan de ingang en aan de uitgang (ga dit na). Volgens de tweede wet van Kirchhoff is

$$V_B = V_{BE} + V_{R_E} \quad (7.18)$$

- Wanneer V_B toeneemt wordt in eerste instantie V_{BE} groter, waardoor i_B toeneemt. Door deze toename van i_B wordt i_E groter en dus V_{R_E} , waardoor de vergroting van V_{BE} wordt tegengewerkt. Er stelt zich een nieuw evenwicht in, waarbij V_{BE} slechts een fractie van de toename van V_B groter is geworden.
- tegenkop- Men spreekt hier van "tegenkoppeling". Deze wordt veroorzaakt door de peling emitterweerstand R_E .
- opdracht Gegeven is dat $R_E = 1 \text{ k}\Omega$, $V_{CC} = 12 \text{ V}$ en dat de impedantie van de ingangscondensator C verwaarloosbaar is. Teken de belastingslijn voor deze schakeling op het karakteristiekenblad en bepaal deingangsspanningen V_B resp. V_B^* bij $V_{R_E} = 6 \text{ V}$ resp. $V_{R_E}^* = 9 \text{ V}$, m.b.v. deze grafieken. Bereken $(V_{R_E}^* - V_{R_E}) / (V_B^* - V_B) = \Delta V_{R_E} / \Delta V_B$. Bepaal nu m.b.v. het karakteristiekenblad de ingangsstromen i_B resp. i_B^* en bereken de ingangsweerstand $r_i = \frac{V_B^* - V_B}{i_B^* - i_B}$.
- spannings- We zien dat $\Delta V_{R_E} / \Delta V_B \approx 1$. De spanningsversterking is dus bijna 1. versterking Dit verklaart R_E de naam emittervolger: de spanning van de emitter volgt die van de basis.
- ingangs- We zien ook, dat de ingangsweerstand hoog is. Het berekenen van de weerstand uitgangsweerstand is wat moeilijker; dit zullen we later doen aan de hand van een gedachten-proef. De uitgangsweerstand zal blijken erg laag te zijn. De combinatie van deze eigenschappen maakt de emittervolger zeer geschikt om signalen van een systeem door te geven, vrijwel zonder het systeem te belasten, terwijl hij zelf een behoorlijk vermogen kan leveren aan de te gebruiken meetopstelling. Wegens zijn hoge ingangsweerstand en lage uitgangsweerstand wordt de emittervolger een impedantietransformator genoemd.
- opmerking Om een signaalbron weinig te belasten kan men ook een gewone transformator gebruiken, maar dat gaat gepaard met verlaging van de signaalspanning, omdat de transformator in tegenstelling tot de emittervolger geen vermogen aan het signaal toevoegt.
- We zullen nu de spannings- en stroomversterking en de in- en uitgangsweerstand berekenen. Dat kan natuurlijk met een vervangingsschema, maar omdat dat vrij ingewikkeld is, gebruiken we nu een directere methode.
- opmerking Zodra we meer details willen weten van de emittervolger, bijv. het gedrag bij hogere frequenties, kunnen we niet meer uit onder het gebruik van een vervangingsschema.
- We beschouwen nu de opstelling van fig. 7.23, waarin de emittervolger is ingesteld op zekere waarden van I_B , V_{BE} , I_E enz.

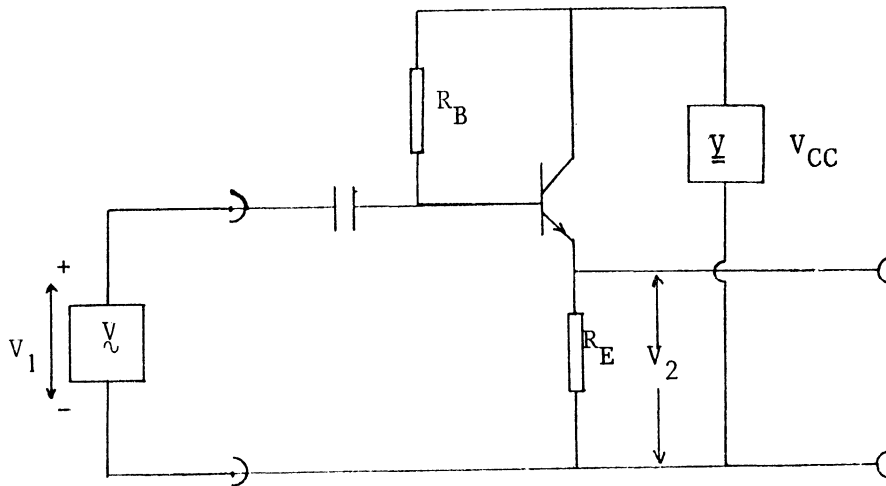


fig. 7.23 emittervolger

De stroomversterking $A_i = \Delta I_E / \Delta I_B = \beta + 1$. (7.19)

Met de (ideale) spanningsbron V_1 verhogen we nu de spanning aan de basis met een bedrag ΔV_1 , als gevolg waarvan I_B wat groter zal worden, evenals V_{BE} en V_2 . De invloed van R_B zullen we voorlopig verwaarlozen. Uit de toename ΔI_B van de basisstroom vinden we dan de spanningsversterking $A_v = \Delta V_2 / \Delta V_1$ en de ingangsweerstand $r_1 = \Delta V_1 / \Delta I_B$ als volgt: Door de toename ΔI_B hebben we de toename:

$$\Delta I_E = (\beta + 1) \Delta I_B$$

$$\Delta V_{BE} = r_b \cdot \Delta I_B$$

en
$$\Delta V_2 = R_E \cdot \Delta I_E = R_E \cdot (\beta + 1) \Delta I_B$$

Verder is

$$\Delta V_1 = \Delta V_{BE} + \Delta V_2$$

zodat

$$\Delta V_1 = r_b \cdot \Delta I_B + R_E (\beta + 1) \cdot \Delta I_B$$

Dus

$$A_v = \frac{(\beta + 1) R_E}{r_b + (\beta + 1) R_E} \quad (7.20)$$

en

$$r_1 = r_b + (\beta + 1) R_E \quad (7.21)$$

Resumerend: de toename ΔV_1 komt bijna geheel terug in de toename ΔV_2 , die wordt 'verzorgd' door $\Delta I_E = (\beta + 1) \Delta I_B$. De ingangsstroom I_B neemt dus maar weinig toe. Dus de ingangsweerstand is hoog.

Om de uitgangsweerstand te vinden, gaan we de uitgang belasten. De emitterstroom neemt daardoor toe met een bedrag ΔI_E . Aan de ingang verandert de spanning niet, want V_1 is een spanningsbron!

Dus: $\Delta V_1 = 0$.

Voor de extra-stroom ΔI_E moet er wél een extra basisstroom lopen:

$$\Delta I_B = \Delta I_E / (\beta + 1).$$

Daardoor wordt de spanning V_{BE} ook iets groter: $\Delta V_{BE} = r_b \cdot \Delta I_B$.

Nu is $\Delta V_1 = \Delta V_{BE} + \Delta V_2 = 0$, dus de spanning V_2 neemt af met

$$\Delta V_2 = -\Delta V_{BE} = -r_b \cdot \Delta I_B.$$

De inwendige weerstand vinden we nu uit het quotiënt van de extra-stroom ΔI_E en de daardoor veroorzaakte spanningsval ΔV_2 :

$$r_2 = -\frac{\Delta V_2}{\Delta I_E} = \frac{r_b \cdot \Delta I_B}{\Delta I_E} = \frac{r_b}{\beta + 1} \quad (7.22)$$

Samenvattend: de belastingsstroom ΔI_E geeft een toename ΔI_B . Daardoor zakt de uitgangsspanning met het geringe bedrag $r_b \cdot \Delta I_B$, zodat r_2 klein is.

grootte-
orde Vullen we in: $\beta = 300$, $r_b = 2 \text{ k}\Omega$ en $R_E = 1 \text{ k}\Omega$, dan vinden we

$$A_v \approx 1, \quad A_i \approx 300, \\ r_1 \approx 300 \text{ k}\Omega \quad \text{en} \quad r_2 \approx 7 \Omega.$$

opmerking Als de spanningsbron V_1 niet ideaal is, zal de afgegeven spanning dalen met een bedrag $\Delta V_1 = -R_g \cdot \Delta I_B$. Deze spanningsdaling komt direct terug in ΔV_2 .

We krijgen dan: $\Delta V_2 = -R_g \cdot \Delta I_B - r_b \cdot \Delta I_B$,

zodat
$$r_2 = \frac{r_b + R_g}{\beta + 1} \quad (7.23)$$

Ook de spanningsversterking wordt hierdoor enigszins beïnvloed:

$$A_v = \frac{(\beta + 1)R_E}{R_g + r_b + (\beta + 1)R_E} \quad (7.24)$$

opmerking Daar de weerstand R_B in feite parallel staat aan r_1 en beide dezelfde grootte-orde hebben, mag R_B over de ingangsweerstand niet verwaarloosd worden. We kunnen echter achteraf gemakkelijk corrigeren. De werkelijke ingangsweerstand is nl.:

$$r_1^* = r_1 // R_B.$$

We zien dus, dat r_1^* sterk afhangt van R_B en R_E .

Daar $R_B \gg r_b$, heeft R_B geen invloed op de uitgangsweerstand. De weerstand r_b is steeds parallel aan R_E en heeft dus geen invloed, zolang $r_c \gg R_E$.

Na deze afchatting kunnen we een zeer eenvoudig vervangingschema opzetten voor de emittervolger, zie fig. 7.24.

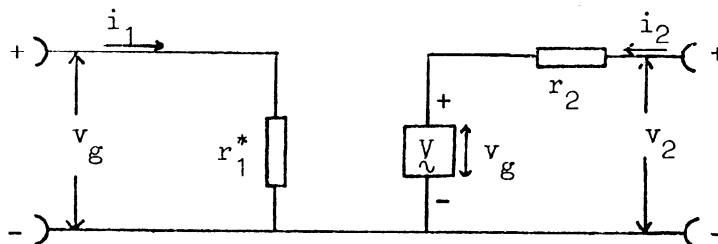


fig. 7.24 vereenvoudigd vervangingschema emittervolger

exp. 7.4 Bouw het schema van de emittervolger van fig. 7.22. De te gebruiken transistor heeft weer dezelfde karakteristieken als de BC 148B. De voedingsspanning $V_{CC} = 12$ V. Kies een instelpunt en bereken R_B en R_E . Controleer de ligging van het instelpunt door stroom- en/of spanningsmeting. Bepaal de grootte van de ingangscondensator zo, dat bij een frequentie van ca 100 Hz slechts een verzwakking van 3 dB optreedt. Meet A_v als functie van de frequentie en zet het resultaat uit op half-log. papier. Bepaal bij een frequentie waarbij A_v maximaal is A_i , A_p , r_1 en r_2 . Bereken deze ook uit de formules (7.19) t/m (7.24) en vergelijk de uitkomsten.

opmerking Ook de versterkerschakeling kunnen we weergeven in een vereenvoudigd vervangings-schema, zie fig. 7.25.

samen-
vatting Beide schakelingen, die we in dit hoofdstuk behandeld hebben, kunnen we samen-
vatten in één vervangings-
schema: dat van een "kastje" met 2 ingangs- en 2 uitgangsklemmen. Zie fig. 7.26. De grootte van de belangrijkste grootheden geven we nog eens (afgerond) in één tabel:

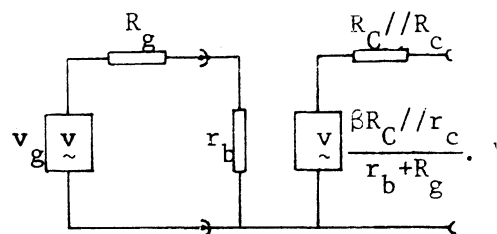


fig.7.25 vereenvoudigd vervangings-schema van de versterker

versterker		emittervolger		
	formule	grootte-orde	formule	grootte-orde
A_v	$\frac{-\beta R_C}{r_b + R_g}$	150	1	1
r_1	r_b	2 k Ω	$R_B // \beta R_E$	150 k Ω
r_2	R_C	1 k Ω	$(r_b + R_g) / \beta$	10 Ω

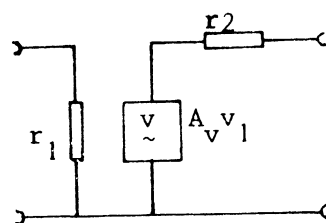


fig. 7.26 "kastje" met 2 ingangs- en 2 uitgangsklemmen.

7.4 EXTRA PROEVEN MET TRANSISTOREN *

exp. 7.5 Bouw een schakeling om de uitgangskarakteristieken van een transistor op de oscilloscoop te bekijken. Gebruik als spanningsbronnen een 6.3 V transformator en een accu.

exp. 7.6 Bouw de hiernaast afgebeelde schakeling. Het is een veel gebruikte versterker, die bepaalde voordelen heeft t.o.v. de versterker die we behandelden. Kies een instelpunt en bereken R_E daarbij z \circ , dat V_{R_E} ca 1 V is. Neem R_1 en R_2 z \circ , dat 1e de spanning aan de basis juist is, en 2e de stroom door de spanningsdeler R_1 - R_2 5 tot 10 maal zo groot is als de basisstroom. Meet de versterking A_v met en zonder C_2 .

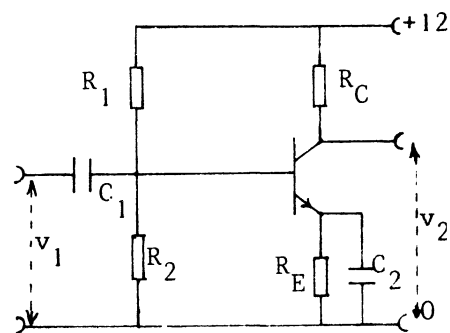


fig. 7.27 versterker

litteratuur Ea-Tel-1, H 11
Ea-Ols-2, pag. 215 e.v.

* Alleen uitvoeren, als de tijd het toelaat.

8 OPERATIONELE VERSTERKERS

8.0 Inleiding

Een hulpmiddel dat in de moderne electronica veel gebruikt wordt, is de operationele versterker, vaak in 't engels afgekort tot opamp. Dit is een volledige versterker in miniatuur, die uit vele transistoren en weerstanden is opgebouwd (zie fig. 8.1).

Deze opamps hebben een aantal "bijna ideale" eigenschappen, zoals bijvoorbeeld een zeer hoge versterkingsfactor.

Daardoor kunnen ze voor vele toepassingen met veel gemak gebruikt worden.

doel-
stelling

Als u dit hoofdstuk heeft doorgewerkt, heeft u enig inzicht in de eigenschappen van operationele versterkers en de manier waarop ze gebruikt worden. U kunt zelf schakelingen ontwerpen om een versterker, een opteller of een integrator te bouwen.

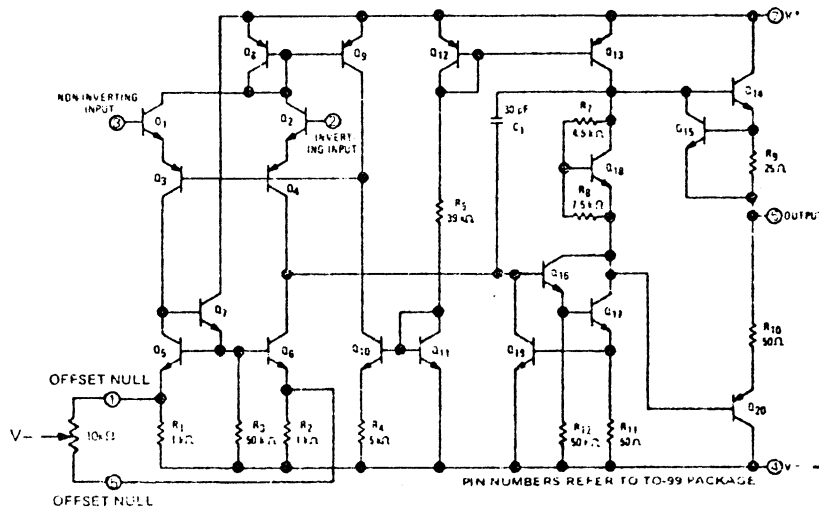


fig. 8.1 operationele versterker

8.1 VERSTERKERS

ideale
opamp.

We zullen beginnen met een opsomming van de eigenschappen die een ideale opamp zou moeten hebben.

versterkingsfactor $A = \infty$ (betekent: zéér groot)

ingangsweerstand $r_1 = \infty$ (betekent: zéér groot)

uitgangsweerstand $r_2 = 0$ (betekent: zéér klein)

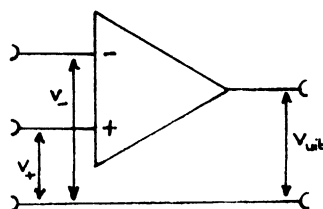


fig. 8.2 opamp

Het symbool voor de opamp is weergegeven in fig. 8.2. De opamp heeft 2 ingangen en 1 uitgang. De ingang met het min-teken is de omkerende of inverterende ingang, d.w.z. een signaal dat op deze ingang wordt aangesloten komt versterkt en van teken omgekeerd aan de uitgang; de ingang met het plusteken is de niet-inverterende ingang. De uitgangsspanning is: $v_{\text{uit}} = A (v_+ - v_-)$. (8.1)

De aansluitingen voor de voedingsspanning zijn niet aangegeven. Deze worden in schema's vaak weggelaten. Voor een opamp zijn 2 voedingsspanningen nodig: + en - 15 Volt. De reden hiervan is dat de uitgangsspanning dan evenals de ingangsspanning zowel positieve als negatieve waarden kan aannemen.

Omdat de zgn. *open lus versterkings factor* A "oneindig" is, kunnen we aan de ingang niet rechtstreeks een signaal aansluiten, want dat zou er alleen maar toe leiden, dat aan de uitgang de positieve of de negatieve voedingsspanning zou heersen (de uitgangsspanning wordt immers begrensd door de voedingsspanning).

versterker Een veel voorkomende praktische schakeling, waarin van de eigenschappen van een opamp gebruik wordt gemaakt, ziet u in fig. 8.3.

Tussen de uitgang en de min-ingang is een weerstand aangesloten; hierdoor worden de in- en de uitgangsspanning op zekere wijze gekoppeld. Men noemt dit *terugkoppeling*. De plus-ingang is aan de "nul", of "aarde" gelegd. Stel dat v_2 een waarde heeft, ergens tussen + en - 15 Volt. Nu is $v_2 = A (0 - v_-)$, maar omdat A zeer groot is, is $v_- \approx 0$: blijkbaar moet de min-ingang (S) dan ook een potentiaal vrijwel gelijk aan nul hebben. We noemen daarom het punt S wel een *virtueel aardpunt*. Daar de spanning in S vrijwel nul is, wordt de stroom i_1 door de weerstand R_1 praktisch geheel door v_1 en R_1 bepaald:

$$i_1 = v_1 / R_1 \quad (8.2)$$

Deze stroom kan niet in de min-ingang, want de ingangsweerstand is zeer groot. Dan moet deze stroom dus geheel door R_2 lopen:

$$\frac{0 - v_2}{R_2} = i_1 \quad (8.3)$$

Combinatie van (8.2) en (8.3) levert:

$$\frac{v_1}{R_1} = - \frac{v_2}{R_2}$$

Waaruit volgt:

$$\frac{v_2}{v_1} = - \frac{R_2}{R_1} \quad (8.4)$$

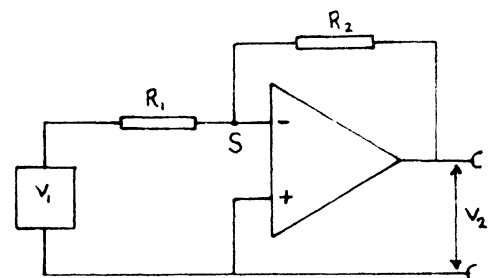


fig. 8.3 versterker

Bij deze schakeling is dus de verhouding van in- en uitgangsspanning gelijk aan de verhouding van de weerstanden R_1 en R_2 , waarbij de spanning van teken omkeert. We kunnen door de keuze van de weerstanden dus zelf precies de versterking $\frac{v_2}{v_1}$ instellen.

vraag Hoe maak je een $-1x$ versterker? Hoe groot is de ingangsweerstand van deze versterker?

exp. 8.1 Bouw een $-10x$ versterker met behulp van een opamp. Kies zelf de waarden van de weerstanden. Houd er daarbij **rekening** mee, dat de opamp niet meer dan 5mA kan leveren. Sluit de voedingsspanningen (+15 Volt en -15 Volt) via een speciaal snoer aan. Sluit op de ingang een sinusvormige spanning aan. Ga met de oscilloscoop na of de versterkingsfactor klopt met de verwachte waarde. Probeer het ook eens met een niet-sinusvormige spanning.

terug- We zullen eens wat nader nagaan, hoe de schakeling van fig. 8.3 werkt. koppeling De potentiaal in het punt S wordt door 2 spanningsbronnen bepaald. Zie fig. 8.4.

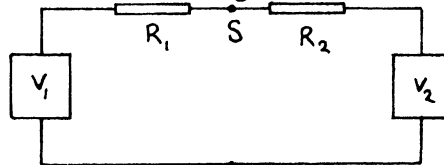


fig. 8.4 berekening van v_S

$$\text{Dan is de spanning: } v_S = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot v_1 + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot v_2 \quad (8.5)$$

opdracht: Ga dit na.

Nu willen we v_2 voor gegeven v_1 zo kiezen, dat de spanning op het punt S nul wordt. Uit (8.5) blijkt direct, dat dit het geval is, als

$$v_2 = -\frac{R_2}{R_1} \cdot v_1$$

Men zou zich de werking van de opamp zo kunnen voorstellen, dat er een denkbeeldige ideale spanningsmeter in S is aangesloten en dat dan een „slafje" (servus) steeds kijkt of de spanning in S wel nul is en zonodig de uitgangsspanning v_2 zo bijregelt, dat dat wel het geval is. De opamp vervult de rol van spanningsmeter, slaafje en regelbare spanningsbron tegelijk (Het geheel wordt wel een *servosysteem* genoemd).

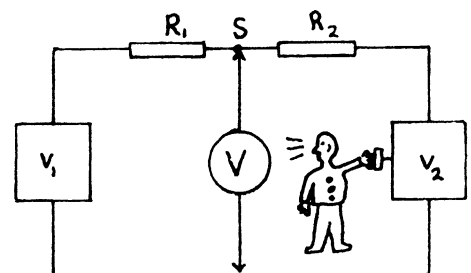


fig. 8.5 servus regelt v_S op nul

vraag Waarom zouden we in fig. 8.3 de + en - ingangen van de versterker niet kunnen verwisselen?

niet-ideaal In werkelijkheid is de versterkingsfactor A van de orde 10^5 . Het gevolg hiervan is, dat de spanning in S niet exact nul is, maar nog wel heel klein.

vraag Als bij de schakeling van fig. 8.3 de voedingsspanningen + 15 Volt en - 15 Volt zijn en $A = 10^5$, tussen welke waarden moet dan v_S liggen?

Met de versterkerschakeling van fig. 8.3 kunnen we de open lus versterking A meten, omdat $v_S = -v_2/A$ is.

exp. 8.2 Bepaal de open lus versterkingsfactor A van een opamp door de spanning v_S en de uitgangsspanning v_2 met behulp van een oscilloscoop te vergelijken. Doe dit voor een aantal frequenties tussen 10 Hz en 10^5 Hz. Maak een frequentie karakteristiek. Probeer A ook eens direct (d.w.z. zonder terugkoppeling) te meten door op de ingang een zeer kleine spanning aan te sluiten.

We zullen er verder steeds van uit gaan, dat we onder omstandigheden werken waarbij we de eigenschappen van de opamp als ideaal mogen beschouwen.

8.2 OPTELLEN EN AFTREKKEN

optellen

In fig. 8.5 staat weer de versterkerschakeling afgebeeld, maar met nu 2 ingangssignalen, die beide op de min-ingang zijn aangesloten. We veronderstellen weer $v_+ = v_- = 0$. De stroom i naar S wordt dan

$$\frac{v_a}{R} + \frac{v_b}{R}$$

(daarom heet S wel het *sompunt* van de schakeling) en de stroom door R:

Hieruit volgt: $v_a + v_b = -v_2$ (8.6)

Aan de uitgang krijgen we dus de som van de ingangsspanningen, alleen van teken omgekeerd. Het spreekt vanzelf, dat we de schakeling eenvoudig kunnen uitbreiden om meer spanningen op te tellen:

$$-v_2 = v_a + v_b + v_c + \dots$$

Door de weerstanden verschillend te kiezen, kunnen de ingangsspanningen met een "gewichtsfactor" vermenigvuldigd opgeteld worden. Men noemt dit wel: gewogen optellen.

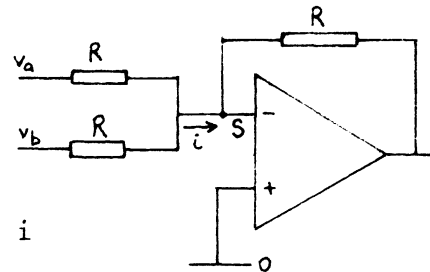


fig. 8.5 optellen

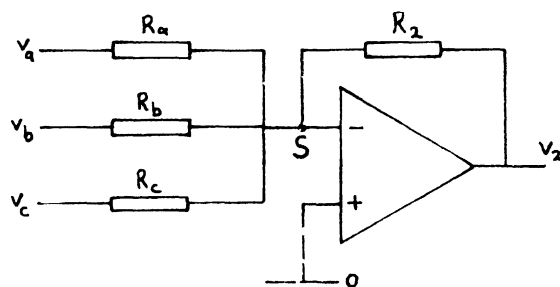


fig. 8.6 gewogen optellen

Opdracht Leid af, dat $-v_2 = \frac{R_2}{R_a} \cdot v_a + \frac{R_2}{R_b} \cdot v_b + \frac{R_2}{R_c} \cdot v_c$ (8.7)

exp. 8.3 Bouw een optelschakeling en tel daarmee twee ongeveer even grote wisselspanningen op, die iets verschillend zijn van frequentie. Bekijk in- en uitgangssignalen op de oscilloscoop. Meet de zwaarfrequentie en ga na of die klopt met de frequenties van de ingangsspanningen.

af trekken Door gebruik te maken van beide ingangen van de opamp kunnen we spanningen van elkaar aftrekken. Zie fig. 8.7. Als we weer uitgaan van de ideale opamp, is $v_+ - v_- = 0$.
Nu is $v_+ = \frac{1}{2} v_b$ (de stroom kan niet de plus-ingang in wegens ∞ hoge ingangsweerstand), en $v_- = \frac{v_a + v_2}{2}$

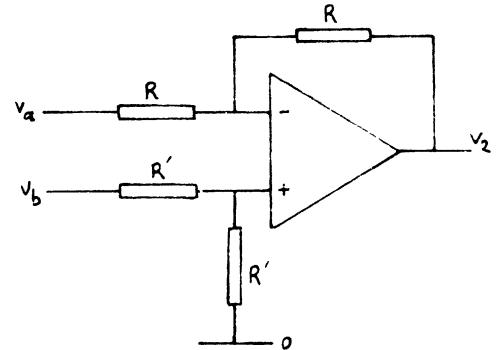


fig. 8.7 aftrekken

Invullen levert

$$v_+ - v_- = \frac{1}{2} v_b - \frac{v_a + v_2}{2} = 0$$

waaruit $v_2 = v_b - v_a$ (8.8)

exp. 8.4 * Bouw een schakeling om 2 spanningen van elkaar af te trekken. Neem bijv. een blokspanning en een sinusvormige spanning.

8.3 DE SPANNINGS-VOLGER.

De opamp leent zich zeer goed om een "spanningsvolger" te bouwen. Met de emitter-volger bereikten we een ingangsweerstand in de orde van 100 kΩ; de ingangsweerstand van de opamp ligt in de orde van 10 MΩ.
De uitgangsweerstand van de teruggekoppelde opamp ligt meestal in het gebied van tiende Ohms.

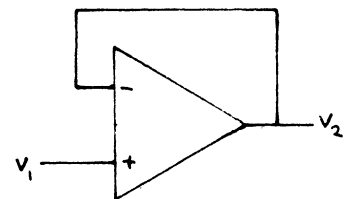


fig. 8.8 volger

vraag Waarom is $v_2 = v_1$?

vraag Ook de hiervoor besproken -lx versterker is een spanningsvolger; alleen met omgekeerd teken. Deze heeft echter een kleinere ingangsweerstand. Waarom?

opdracht Leid af hoe groot v_2 precies is bij gegeven open lus versterking A.

Antwoord: $v_2 = \dots$

exp. 8.5 Bouw een spanningsvolger en ga na of de versterkingsfactor merkbaar afwijkt van 1.

* Alleen uitvoeren, indien voldoende tijd ter beschikking is.

8.4

DE INTEGRATOR

Als we, zoals in fig. 8.8, een condensator als terugkoppелеlement gebruiken, krijgen we een integrator: de stroom i_1 kan alleen maar op de condensator terecht komen, dus

$$v_C = \frac{1}{C} \int i_1 dt$$

Omdat weer (voor het geïdealiseerde geval) $v_- = v_+ = 0$, is

$$-v_2 = v_C = \frac{1}{C} \int i_1 dt = \frac{1}{R_1 C} \int v_1 dt. \quad (8.9)$$

v_2 is bepaald op een integratieconstante na. Deze hangt af van de beginvoorwaarde. Op de aanwezige prikbordjes is een schakelaar aangebracht om op het gewenste tijdstip C te ontladen en dus $v_2 = 0$ te maken.

Bij deze schakeling kan een onvolkomenheid van de opamp aan het daglicht treden. Sluiten we namelijk aan de ingang van de integrator een spanning $v_1 = 0$ aan, of in 't geheel niets (dat is niet hetzelfde!) dan kan het toch voorkomen, dat v_2 langzaam verandert. De oorzaak hiervan is, dat zich aan de ingangen zeer kleine "parasitaire" stroombronnen (in de orde van 10 nA) bevinden, waardoor langzaam de condensator wordt opgeladen. We kunnen dit effect opmeten en er later voor corrigeren.

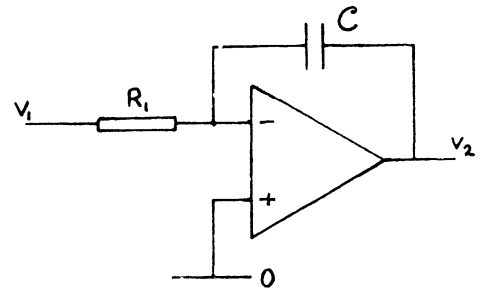


fig. 8.8 integrator

exp. 8.6

Bouw een integrator. Kies R_1 en C met overleg. Integreer wisselspanningen, blokspanningen, pulsen, enz. Meet ook de snelheid, waarmee het nulpunt verloopt bij $v_1 = 0$ en bereken daaruit de grootte van de "offset"-stroom, die daarvan de oorzaak is.

9. NIET-LINEAIRE SCHAKELINGEN

9.0 INLEIDING

In H.7 hebben we gezien, dat het ingangssignaal van een versterkerschakeling niet te groot mag zijn; anders treedt "verzadiging" op. Bij de schakelingen van dit hoofdstuk wordt daar juist gebruik van gemaakt. Daardoor krijgen we aan de uitgang slechts twee waarden van de spanning, die we als "aan" en "uit" kunnen opvatten. De schakeling krijgt op deze wijze de functie van schakelaar.

doelstelling Als u dit hoofdstuk hebt doorgewerkt, zult u zelf eenvoudige niet-lineaire schakelingen, zoals een blokspanningsgenerator of een geheugen-schakeling kunnen ontwerpen en bouwen.

9.1 SCHAKELEN

In H.7 zagen we dat de grootte van de basisstroom bepaalt, hoe groot de collectorstroom is (form. 7.1):

$$I_C = \beta I_B.$$

Met de grootte van basisweerstand waren we in staat om de collectorstroom te regelen (exp. 7.1).

In fig. 9.1 staat nog eens de versterkerschakeling van H.7 afgebeeld. Veronderstel nu, dat we R_B steeds kleiner maken. Dan zal I_C steeds groter worden. Er is echter een grens: de spanning over R_C kan niet groter dan V_{CC} worden, zodat

$$I_C \leq \frac{V_{CC}}{R_C}.$$

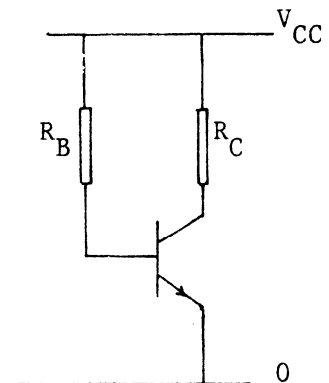


fig. 9.1 versterker

We kunnen nu I_B nog wel groter maken, maar I_C heeft dan zijn maximale waarde bereikt. We zeggen dan, dat de transistor *in verzadiging* is gestuurd.

opdracht Teken op de belastingslijn van fig. 9.2 het punt dat de toestand van verzadiging weergeeft (als $I_B = 100 \mu A$).

In de schakelingen, die we nu gaan maken, kiezen we R_B zo klein, dat de transistor zeker in de B toestand van verzadiging komt. We zullen dat aan een voorbeeld toelichten.

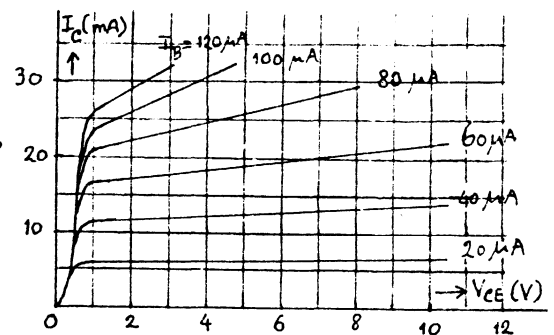
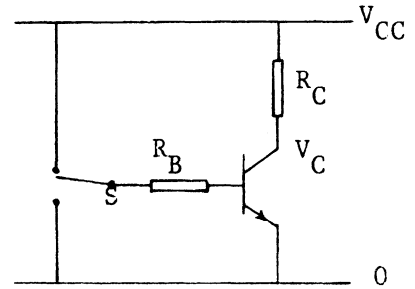


fig. 9.2 belastingslijn

voorbeeld Bij de transistoren die wij gebruiken is in 't algemeen de verhouding tussen I_C en I_B , in het punt dat verzadiging gaat optreden, minstens 100. Als de voedingsspanning $V_{CC} = 12 V$ en de collectorweerstand $R_C = 2 k\Omega$ kan de collectorstroom niet groter dan 6 mA zijn. De basisstroom waarbij verzadiging gaat optreden zal dan ongeveer 60 μA zijn. Om er nu zeker van te zijn dat de transistor verzadigd is (ook als er bijvoorbeeld een

kleine stoorspanning wordt "opgepikt" door de basisleiding), kiezen we I_B wat groter, bijvoorbeeld $200 \mu A$. Dan moet de basisweerstand R_B dus ongeveer $60 k\Omega$ zijn.

In fig. 9.3 hebben we de schakeling van fig. 9.1 voorzien van een schakelaar in de basisleiding, waarmee we naar keuze de basisweerstand kunnen verbinden met de voedingsspanning en met de "nul". Veronderstel nu dat R_B zo klein is, dat de transistor in verzadiging komt, als we de schakelaar omhoog zetten. Dan is $V_{CE} \approx 0,3 V$. Voor praktische berekeningen stellen we vaak $V_{CE} = 0 V$. Verbinden we daarentegen de basis met de nul, dan zal er geen basisstroom lopen en dus ook geen collectorstroom. Het gevolg daarvan is dat $V_{CE} = V_{CC}$.



We hebben nu dus 2 mogelijkheden voor V_{CE} : fig. 9.3 de transistor als schakelaar

- S omhoog: $V_{CE} \approx 0$ (transistor geleidt)
- S omlaag: $V_{CE} = V_{CC}$ (transistor geleidt niet)

We zeggen wel: de transistor is open of dicht.

exp. 9.1 Bouw de schakeling van fig. 9.3 met een collectorweerstand tussen 1 en $3 k\Omega$. Neem voor R_B een variabele weerstand van $1 M\Omega$ in serie met een vaste weerstand van ca $50 k\Omega$. Meet de collectorspanning of -stroom en stel nu R_B zo in, dat de transistor in verzadiging is. Hoe groot zijn dan I_C en V_{CE} in beide standen van S?

samen- Met het aan- en uitschakelen van de (kleinere) basisstroom kunnen we de (grotere) collectorstroom aan- en uitzetten. Deze "schakelfunctie" van de transistor heeft de bouw van de huidige elektronische rekenmachines mogelijk gemaakt.

We kunnen de schakeling nu beschrijven als een "kastje" met een ingang (de basis) en een uitgang (de collector). Aan de ingang zal vaak in plaats van S een andere elektronische schakeling zitten, die de transistor open of dicht zet.

We zeggen nu, dat als de in- of uitgang een spanning V_{CC} heeft, de "logische waarde" ervan 1 is en dat, als de in- of uitgang een spanning 0 V heeft, deze logische waarde 0 is. We kunnen de "functie" van de schakeling van fig. 9.3 met de volgende *waarheidstabel* beschrijven:

	ingang	uitgang
S omhoog	1	0
S omlaag	0	1

De transistor blijkt dus de logische waarde van het signaal om te keren ofwel te *inverteren*.

poortscha- We kunnen aan de basis gemakkelijk meer keling schakelaars verbinden, zie fig. 9.4. We hebben hier 2 schakelaars, dus 2 ingangen. Als één van de ingangen "omhoog" (op logisch 1) wordt gezet, dan gaat er basisstroom lopen en wordt $V_{CE} \approx 0 V$.

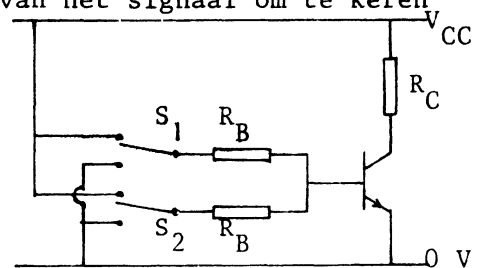


fig. 9.4 poortschakeling (NCR-poort)

Staan er meer ingangen op 1, dan maakt dat geen verschil. We krijgen de volgende waarheidstabel:

ingang 1	ingang 2	uitgang
0	0	1
1	0	0
0	1	0
1	1	0

Alleen als beide ingangen op 0 staan, is de uitkomst 1. Deze schakeling wordt een *NOR-poort* genoemd.

Vaak zal men juist het omgekeerde willen: als alle ingangen 0 zijn, moet de uitgang ook 0 zijn. Dat kan door een extra transistor te nemen, die invertteert. Zie bijvoorbeeld fig. 9.5. We hebben dan een *OR-poort*. We moeten er nu voor zorgen dat beide transistoren in verzadiging kunnen komen (natuurlijk niet tegelijk!).

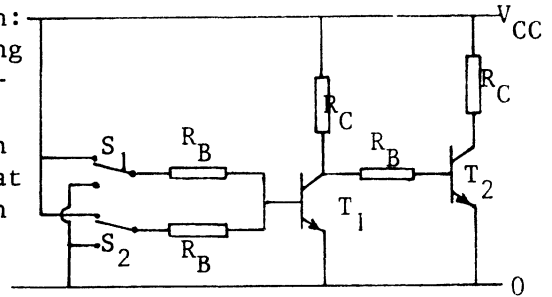


fig. 9.5 GR-poort

opdracht Vul de volgende waarheidstabel in.

ingang 1	ingang 2	uitgang T1	uitgang T2
0	0
1	0
0	1
1	1

exp. 9.2 Bouw een NOR-poort met 2 ingangen. Gebruik als collectorweerstand LED's* in serie met een weerstand. Neem voor de schakelaars snoertjes die met voedingsspanning of met nul worden verbonden. Controleer de waarheidstabel.

opmerking* LED's zijn licht emitterende diodes. Deze werken bij een spanning van ongeveer 3 V. Om het spanningsverschil tussen de voedingsspanning en deze 3 V "op te vangen" is een serieweerstand aangebracht, zodat de stroom ca 25 mA is. Let er op dat de LED's goed worden aangesloten: de kant van het lampje is de + (anders doen ze het niet).

exp. 9.3 Maak van de NOR-poort een OR-poort en controleer opnieuw de waarheidstabel.

9.2 DE BISTABIELE MULTIVIBRATOR OF FLIPFLOP

We keren nu terug naar de eenvoudige, niet-inverterende "schakelaar", zie fig. 9.6. Dit is dus de schakelaar van fig. 9.3 met een extra transistor.

exp. 9.4 Bouw de schakeling van fig. 9.6. Sluit op de basis van de eerste transistor een blokspanningsgenerator aan, via een weerstand van ca 1 kΩ. Kies de frequentie onder 20 Hz.

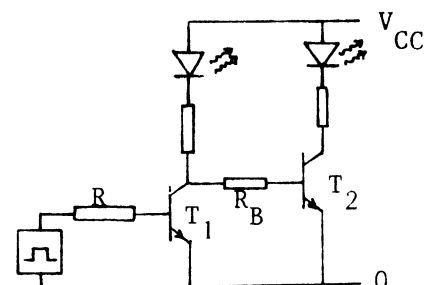


fig. 9.6 schakelen met 2 transistoren

In deze schakeling hebben we de volgende mogelijkheden:

T1 open \rightarrow T2 dicht, en
T1 dicht \rightarrow T2 open.

Hier bepaalt de toestand van T1 in welke toestand T2 is.

Als we nu de basisweerstand van T1 verbinden met de collector van T2, wordt andersom óók de toestand van T1 door die van T2 bepaald. Zie fig. 9.7.

Is éénmaal de ene transistor open en (dus) de andere dicht, dan zal deze toestand niet meer veranderen, tenzij wij (van buitenaf) ingrijpen. Dit is dus een stabiele toestand. De schakeling heeft natuurlijk, door zijn symmetrische opbouw, twee stabiele toestanden en wordt daarom wel bistabiele multivibrator genoemd, of ook wel flipflop.

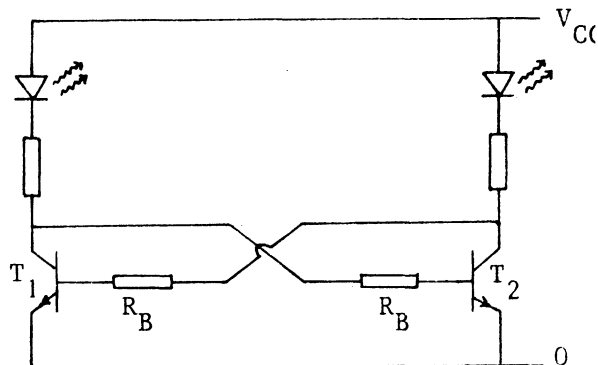


fig. 9.7 flipflop

We kunnen de flipflop op verschillende manieren van de ene in de andere toestand brengen, o.a. door de basis van de open transistor (even) met de nul te verbinden. Het kan ook door op de basis van de dichte transistor een positieve spanningspuls te geven. Hierbij moeten we erom denken dat er niet een te grote basisstroom mag gaan lopen. Daarom moet deze spanningspuls via een weerstand of condensator(tje) worden gegeven.

De flipflop wordt als geheugen-element gebruikt.

- exp. 9.5 Bouw een flipflop met LED's in de collectorleidingen. Schakel om van de ene toestand in de andere en omgekeerd. Doe dit ook door op één van de bases (via een weerstand!) een periodieke spanning aan te sluiten.

9.3 DE MONOSTABIELE MULTIVIBRATOR

Zoals de naam al zegt, heeft de monostabiele multivibrator slechts één stabiele toestand. Zie fig. 9.8. Deze schakeling is in stabiele toestand als T1 dicht is en T2 open is. Dan is dus de spanning aan de collector van T1: $V_{C,1} = 12 \text{ V}$ en de spanning aan de collector van T2: $V_{C,2} \approx 0 \text{ V}$.

De spanningen aan de bases zijn: fig. 9.8 monostabiele multivibrator

$$V_{B,1} \approx 0 \text{ V} \text{ en } V_{B,2} \approx 0,7 \text{ V. (Zie bijv. blz. E-75.)}$$

Schakelen we nu om door bijvoorbeeld de basis van T2 even op 0 V te brengen (net als bij een flipflop), dan gaat T1 "open" en T2 "dicht". Het gevolg is, dat $V_{C,1}$ plotseling daalt van 12 V naar 0 V.

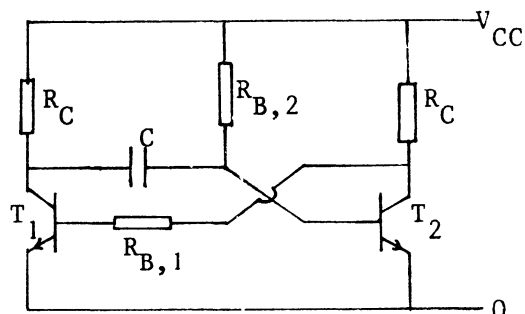


fig. 9.8 monostabiele multivibrator

Over de condensator stond een spanning van $12\text{ V} - 0,7\text{ V} = 11,3\text{ V}$. De lading van de condensator kan in de (zeer kleine) omschakeltijd niet veranderen; het spanningsverschil dan ook niet, dus de spanning $V_{B,2}$ (aan de andere kant van de condensator) moet dalen met 12 V ; d.w.z.: van $0,7\text{ V}$ naar $-11,3\text{ V}$.

Deze toestand is echter niet stabiel, want via de basisweerstand $R_{B,2}$ zal de condensator worden opgeladen; in principe, tot er geen stroom meer door $R_{B,2}$ loopt, dus tot $V_{B,2} = 12\text{ V}$.

Vóór die tijd gaat T2 echter al geleiden: als $V_{B,2} \approx 0,7\text{ V}$. Op dat moment slaat de toestand weer om: T2 gaat "open" en T1 gaat "dicht". Dan is de stabiele toestand weer bereikt.

In fig. 9.9 is het spanningsverloop weergegeven, op verschillende punten van de schakeling.

We krijgen dus, elke keer als de schakeling in de astabiele toestand wordt gebracht gedurende een bepaalde tijdsduur een positieve spanning aan de collector van T2. De monostabiele multivibrator geeft dus spanningspulsen af van een zekere tijdsduur. Hiervan zijn vele toepassingen.

opdracht

Schat de tijdsduur van de positieve spanningspulsen. (Aanwijzing: de snelheid waarmee de condensator wordt opgeladen, is bepalend.)

exp. 9.6

Bouw een monostabiele multivibrator met LED's in de collectorleidingen. Ga het spanningsverloop na op verschillende punten. Neem een vrij grote condensator en ga na of de tijdsduur van de spanningspulsen overeenstemt met de berekende waarde.

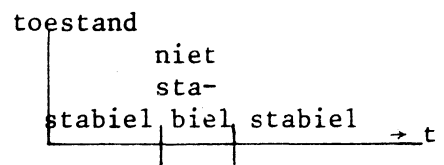
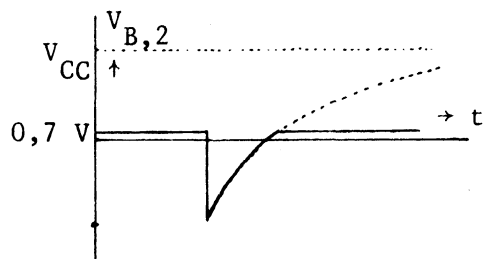
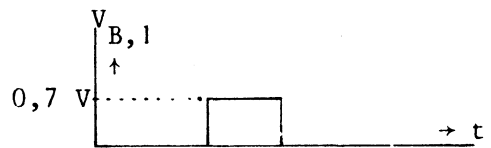
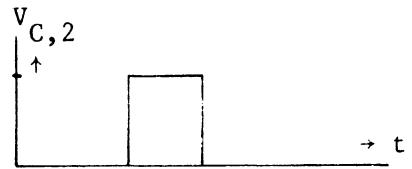
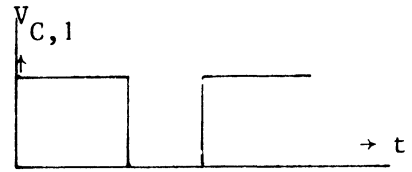


fig. 9.9 spanningsverloop

9.4

DE ASTABIELE MULTIVIBRATOR

In fig. 9.10 is de astabiele multivibrator weergegeven. Deze heeft géén stabiele toestand. Hij schakelt "automatisch" van de ene toestand in de andere over, op dezelfde wijze als de monostabiele dat telkens één keer doet, van zijn niet-stabiele toestand naar de stabiele.

Het gevolg is, dat aan de collectors

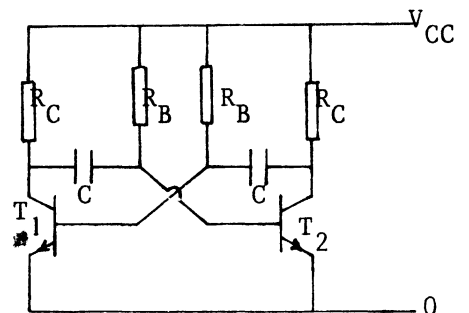


fig. 9.10 astabiele multivibrator

periodieke "blokspanningen" worden opgewekt.
Zie fig. 9.11.

Als de condensatoren aan elkaar gelijk zijn en de basisweerstand ook, zijn de blokken symmetrisch. De astabiele multivibrator is dus een blokspanningsgenerator.

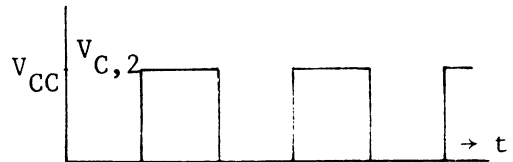
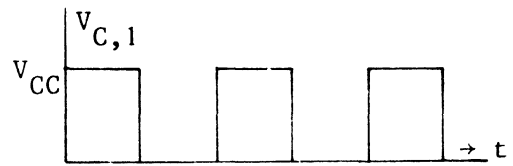


fig. 9.11 spanningsverloop bij de astabiele multivibrator

- exp. 9.7 Bouw een astabiele multivibrator met lampjes als collectorweerstand. Kies C en R_B zo, dat de frequentie van de blokspanning onder 10 Hz ligt. Verhoog daarna de frequentie en bekijk het spanningsverloop aan basis en collector met de oscilloscoop.

9.5 DE COÏNCIDENTIE-SCHAKELING *

De coïncidentie-schakeling wordt gebruikt om de gelijktijdigheid van 2 of meer gebeurtenissen vast te stellen. Men kan hiervoor een AND-poort of een NAND-poort gebruiken.

- exp. 9.8 Bouw 2 pulsgeneratoren en een NAND-poort. Zie fig. 9.12. De pulsgeneratoren zijn astabiele multivibrators, die sterk asymmetrische blokspanningen maken. Dat kan door de condensatoren van verschillende grootte te kiezen, bijv. $C_1 = C_2/20$. Kies de frequentie in de orde van 1000 Hz.

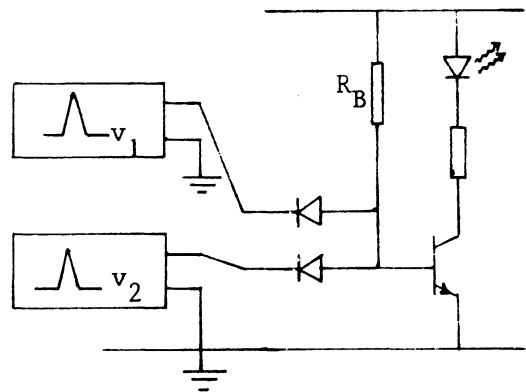


fig. 9.12 coïncidentie-schakeling

Bouw de pulsgenerators en de NAND-poort op verschillende prikboardjes. Probeer door een basisweerstand in één van de pulsgenerators een klein beetje te veranderen, de frequenties van de pulsgenerators vrijwel aan elkaar gelijk te maken, tot bijvoorbeeld 1 coïncidentie per sec. Bekijk de uitgangssignalen ook op de oscilloscoop.

* Deze proef alleen doen als er nog tijd beschikbaar is.

OPTICA

0 INLEIDING

0.1 De optische bank

De meeste optische experimenten worden op het praktikum uitgevoerd op een *optische bank*. Dit is een stalen balk met een doorsnede als aangegeven in fig. 0.1. Op deze bank kan een ruiters geplaatst worden die in de lengterichting van de bank verschoven kan worden. De ruiters is voorzien van een bus (schacht) waarin een pen (ruiterpen) gestoken kan worden met een optisch onderdeel. Hierdoor kan de positie van verschillende optische componenten t.o.v. elkaar gewijzigd worden in één dimensie, terwijl deze componenten nauwkeurig op een lijn blijven (zie fig. 0.2). Voor dit uitlijnen wordt vaak een centreerpen gebruikt. (zie fig. 0.3)

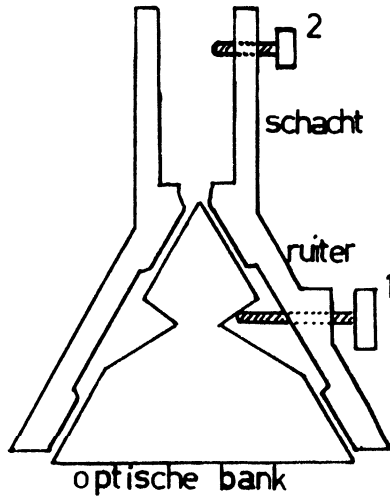


fig. 0.1

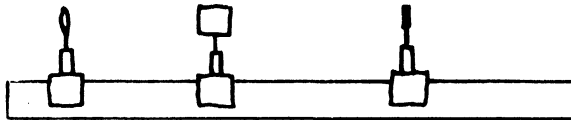


fig. 0.2

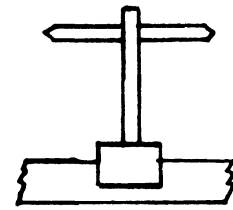


fig. 0.3

- N.B. Optische banken en ruiters zijn precisie-instrumenten die moeten voldoen aan bepaalde internationaal aanvaarde normen. Ze moeten zeer voorzichtig worden behandeld.
I.h.b. mag schroef 1 (fig. 0.1) niet stevig worden vastgedraaid.
Licht aandraaien is voldoende om de ruiters op de optische bank te fixeren. Wordt teveel kracht uitgeoefend dan wordt de ruiters opgebogen waardoor deze onbruikbaar wordt en bovendien kan de optische bank beschadigd worden.

ONDERDELEN MOGEN NOOIT BIJ EEN ANDERE PROEF WEGGEHAALD WORDEN.

0.2 De laser

Voor het gebruik van een laser geldt:

- 1) KIJK NOOIT IN DE LICHTBUNDEL.
- 2) Zorg ervoor dat dit ook niet door reflecties kan gebeuren.
- 3) Denk ook aan anderen!
- 4) Zet een laser alleen aan na toestemming van de assistent.
- 5) Laat een laser niet onnodig werken.
- 6) Blijf van de instelknoppen af.

0.3 Vorbereiding en verslag

Van te voren moet de handleiding doorgenomen worden, de opgegeven theorie bestudeerd, de vragen beantwoord worden en de opdrachten uitgevoerd. De literatuur opgegeven bij de eerste vier middagen draagt een aanvullend karakter en dient slechts geraadpleegd te worden indien de handleiding niet begrepen wordt of wanneer men wat dieper op de stof wil ingaan. Voor de laatste vijf middagen moet de theorie bestudeerd worden aan de hand van de opgegeven literatuur. Van ieder experiment moet òf een meetrapport gemaakt worden òf een verslag volgens de richtlijnen in I-5. Dit laatste is aangegeven met (*) achter het experiment. Per middag slechts één verslag; indien meerdere experimenten met een (*) zijn aangegeven, kies er dan één uit voor een verslag en maak van de overige een meetrapport. In een verslag moet niet meer theorie dan b.v. in de handleiding gegeven is over een onderwerp van een van de eerste vier middagen optica. Een meetrapport hoeft slechts te bevatten wat er gemeten is, de meetresultaten, de eindresultaten. In verslag en rapport moet altijd worden aangegeven hoe nauwkeurig de meetresultaten en de eindresultaten zijn. Zie zo nodig het hoofdstuk foutenberekening van deze handleiding. De meetrappen worden zoveel mogelijk tijdens het experimenteren afgerond. Hiervoor zijn waarnemingsbladen toegevoegd. Verslagen en meetrappen dienen uiterlijk de volgende praktikummiddag ingeleverd te worden.

0.4 Opzet van het optica praktikum

De eerste vier middagen zijn bedoeld om enig inzicht te krijgen in de geometrische optica en om handvaardigheid te krijgen in het bouwen van optische opstellingen, evenals in de volgende vier middagen waar de onderwerpen uit de fysische optica komen. Deze middagen bestaan voor het grootste deel uit een aantal kleinere experimenten. De verslagen van deze middagen dienen ter oefening. Om tot een cijfer voor optica te komen doet elke praktikant de laatste twee middagen zelfstandig een experiment, waarbij bij het experiment met een interferometer voornamelijk de experimentele vaardigheid zal worden beoordeeld en bij de traliespectrograaf de verslaggeving.

- 0.5 De volgende symbolen kunnen aangetroffen bij de literatuur over een bepaald onderwerp, die geraadpleegd kan of moet worden.
- Δ voldoende
 - + uitgebreider dan noodzakelijk voor dit onderwerp
 - ++ veel uitgebreider dan noodzakelijk
- Vermijd in de laatste twee gevallen veel te diep op de stof in te gaan. Van de opgegeven boeken hoeft er i.h.a. slechts één gebruikt te worden. Indien het bestuderen van een deel van een onderwerp beslist uit een bepaald boek dient te geschieden, is dit aangegeven met → .

GEOMETRISCHE OPTICA

1 HOOFDWETTEN, SPIEGELS, DUNNE LENZEN

1.1 Rechtlijnige voortplanting (1)

In een homogeen medium plant licht zich rechtlijnig voort. Deze eigenschap wordt gebruikt voor het bouwen van een camera obscura (2).

exp. 1.1 Bouw een camera obscura en ga door vergelijking van voorwerp (lineaaltje) en beeld na, dat licht zich rechtlijnig voortplant (binnen de experimentele nauwkeurigheid); gebruik als verlichting de projectielamp met matglas ervoor.

1.2 Reflectiewet (3)

Als licht weerkaatst wordt aan een oppervlak geldt: $\theta = \theta'$.
Hieruit volgt voor een sferische spiegel (4):

$$1) \text{ afbeelding: } \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = -\frac{2}{r} = \frac{1}{f}$$

$$2) \text{ vergroting: } M \stackrel{\text{p.d.}}{=} \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

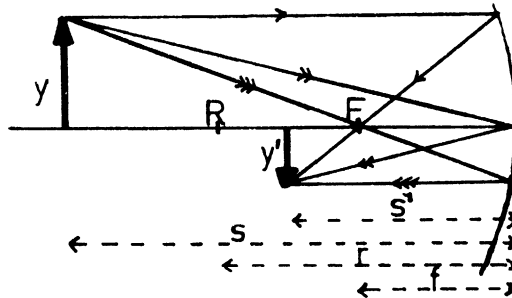


fig. 1.1 Afbeelding door een spiegel

vraag Welke benadering is hier gebruikt?

exp. 1.2 Bepaal met een gaatje waar licht door valt de brandpuntsafstand van een holle spiegel.

1.3 Brekingswet (Wet van Snellius of Descartes) (3)

Als licht op een scheidingsvlak van twee media valt, geldt:

$$n \sin \theta = n' \sin \theta'$$

Hieruit volgt dat er een kritische hoek θ_c is, waarboven totale reflectie optreedt:

$$\sin \theta_c = \frac{n'}{n}$$

Litteratuur: (1) Δ 0-Jen-3, 1.1.; + 0-Hec-1, 4.2.3; Δ 0-Jen-1, 1.1

(2) Δ 0-Jen-3, 1.1; ++ 0-Hec-1, 5.7.7; Δ 0-Jen-1, 9.11

(3) Δ 0-Jen-3, 1.6; Δ 0-Hec-1, 4.2.2; Δ 0-Jen-1, 1.2

(4) Δ 0-Jen-3, 6 t/m 6.3; Δ 0-Hec-1, 5.4.3; Δ 0-Jen-1, 6 t/m 6.3

exp. 1.3 Bedenk een methode om met een laser, een draaibaar opgesteld halfcylindervormig blokje en een matglas (om waar te nemen) de kritische hoek en de brekingsindex van het materiaal te bepalen. Bedenk ook hoe de (onnauwkeurige) nulpuntsbepaling kan worden vermeden.

Opmerking Een laser is een lichtbron waar een nauwe, evenwijdige, monochromatische bundel licht ("lichtstraal") uit komt.

exp. 1.4 Bepaal de verschuiving van een bundel evenwijdig (laser) licht die het gevolg is van verdraaiing van een planparallele plaat, als functie van de hoek van inval. Geef de resultaten in grafiekvorm weer.
[Bepaal hieruit de brekingsindex van het materiaal van de plaat (1).]

Uit de brekingsindex volgt het begrip optische weglengte: (2)

$$[d] = \sum_i n_i d_i$$

1.4 Principe van Fermat (2)

De drie bovenstaande wetten kunnen alle drie afgeleid worden uit één principe het principe van Fermat.

$$\delta [d] = 0 .$$

Uit het principe van Fermat volgt het omkeerbaarheidsprincipe. (3)

1.5 Breking aan een sferisch oppervlak (4)

Als we de Wet van Snellius toepassen op een sferisch oppervlak vinden we de volgende eigenschappen:

1) er zijn twee brandpunten, waarvoor geldt: $f : f' = n : n'$

2) afbeelding: $\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = \frac{n' - n}{r} = \frac{n}{f} = \frac{n'}{f'}$

Twee punten verbonden door deze formule heten geconjugeerde punten.

3) vergroting: $M \equiv \frac{y'}{y} = - \frac{s' - r}{s + r}$

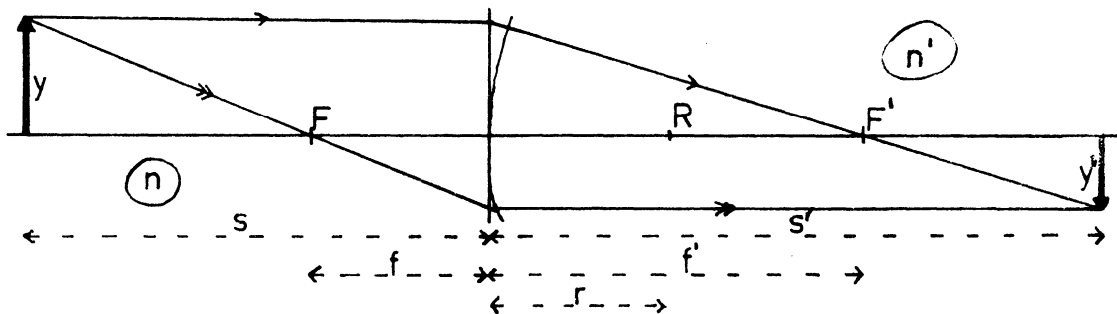


fig. 1.2 afbeelding door een sferisch oppervlak

Bij de afleiding van deze formule is de paraxiale benadering (5) gebruikt. Verder is hierbij een tekenconventie (6) ingevoerd.

- Litteratuur: (1) Δ 0-Jen-3, 2.3; Δ 0-Jen-1, 2.6
 (2) Δ 0-Jen-3, 1.5 en 1.9; + 0-Hec-1, 4.2.4; Δ 0-Jen-1, 1.5 en
 (3) Δ 0-Jen-3, 1.8; Δ 0-Jen-1, 1.4
 (4) + 0-Jen-3, 3; Δ 0-Hec-1, 5.22; + 0-Jen-1, 3
 (5) Δ 0-Jen-3, 2.12; Δ 0-Hec-1, 5.2.2; Δ 0-Jen-1, 2.5
 (6) Δ 0-Jen-3, 3.5; Δ 0-Hec-1, 5.2.2; Δ 0-Jen-1, 3.5

.6 Dunne lenzen (1)

Een dunne lens is te beschouwen als een combinatie van twee sferische oppervlakken, zonder onderlinge afstand, we vinden dan:

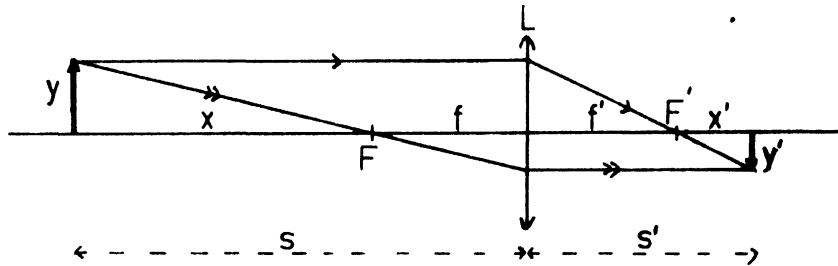


fig. 1.3 afbeelding door een lens

1) afbeelding: $\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$, de *lensmakersformule*,
waarin

n = brekingsindex lensmateriaal
r₁ = straal eerste brekend oppervlak
r₂ = straal tweede brekend oppervlak

afgekort wordt dit (waarin f de brandpuntsafstand heet):

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \quad \left. \vphantom{\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}} \right\} \text{ Gauss-formules}$$

2) lineaire vergroting: $M \equiv \frac{y'}{y} = - \frac{s'}{s}$

We kunnen de bovenstaande formules ook in de volgende vorm schrijven:

3) afbeelding: $xx' = f^2 \quad \left. \vphantom{xx' = f^2} \right\} \text{ Newton-formules}$

4) lineaire vergroting: $M = - \frac{f}{x} = - \frac{x'}{f}$

De *sterkte P* van een lens wordt opgegeven in *dioptrieën D*:

$$P \equiv \frac{1}{f}$$

- xp. 1.5 Bepaal de brandpuntsafstand van lens L met de *autocollimatiemethode*. (2)
Geef ook de sterkte van de lens op.
- xp. 1.6 Bepaal de brandpuntsafstand van dezelfde lens uitgaande van de formules van Gauss. Geef ook de sterkte van de lens op.
- pdracht Bewijs dat als van een voorwerp (y) achtereenvolgens een vergroot beeld (y'₁) en een verkleind beeld (y'₂) op hetzelfde scherm gemaakt wordt door verplaatsing over een afstand (l) van de lens, dat dan geldt:
a) M₁M₂ = 1 en b) y₂' = y₁' × y₂' .
- pdracht Bedenk een methode om de brandpuntsafstand van een lens te bepalen alleen uit verschuivingen (l) van de lens en vergrotingen (f = f(l,M)).
- xp. 1.7 Bepaal op deze wijze de brandpuntsafstand van lens L. Geef ook de sterkte van de lens op. Vergelijk de resultaten en de nauwkeurigheden van de drie gebruikte methoden.

Litteratuur: (1) + 0-Jen-3, 4; Δ 0-Hec-1, 5.2.3; + 0-Jen-1, 4

(2) → 0-Pal-1, p. 3

1.7 De loupe (1)

Bij gebruik van een loupe vinden we de volgende formules voor de *hoekvergroting* $V \equiv \theta' / \theta$.

1) beeld in het oneindige: $V = n/f$

2) beeld op afstand n : $V = n/f + 1$

Hierin is n de *normaalafstand* die bij afspraak vastgesteld is op 0,25 m (gemiddeld nabijheidspunt).

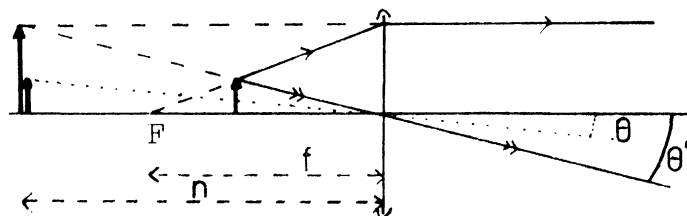


fig. 1.4 afbeelding door een loupe

Hoekvergrotingen kunnen met de *dubbelzichtmethode* (2) gemeten worden.

exp. 1.8 Bepaal de hoekvergroting van de loupe (kleine lens).
Bereken daaruit de brandpuntsafstand.

(1) Δ 0-Jen-3, 10.8; Δ 0-Hec-1, 5.7.3; Δ 0-Jen-1, 10.7

(2) \rightarrow P-Bel-1, p. 417

DIKKE LENZEN, ABERRATIES

Tot nu toe zijn de volgende benaderingen gebruikt:

- 1) de dikte van de lens was te verwaarlozen
- 2) de paraxiale benadering
- 3) de brekingsindex onafhankelijk van de golflengte

.1 Dikke lenzen (1)

Dit zijn lenzen waarvoor benadering 1) *niet* geldt; dit kunnen lenzenstelsels zijn.

We vinden nu:

- 1) de brandpuntsafstanden moeten gemeten worden tot twee verschillende vlakken, resp. punten: de *hoofdvlakken*, resp. *hoofdpunten* (2).
- 2) Bij afbeelding van een hoofdvlak is het beeld het andere hoofdvlak en de lineaire vergroting is +1.

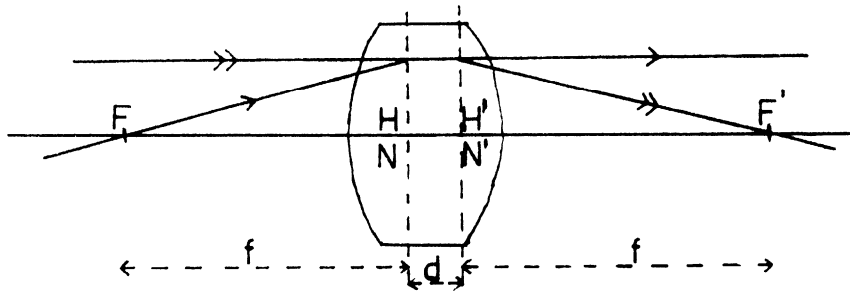


fig. 2.1

F, F' = brandpunt,

H, H' = hoofdpunt,

N, N' = nodaal punt.

De lensformules blijven verder ongewijzigd. Vaak kan de onbekende afstand d lastig zijn.

- op. 2.1 Bepaal de brandpuntsafstand van de dikke lens (LD) met de autocollimatiemethode, draai de lens om en herhaal deze meting.
- op. 2.2 Bepaal de brandpuntsafstand van deze lens aan de hand van de formules van Gauss.
- op. 2.3 Bepaal de brandpuntsafstand van deze lens met de verschuivingsmethode.

Verder geldt:

- 3) de hoekvergroting tussen de *nodale punten* is +1 (3).
- 4) bij een lens met aan weerszijden hetzelfde medium geldt: de nodale punten vallen samen met de hoofdpunten.

(1) + 0-Jen-3, 5; Δ 0-Hec-1, 6.1; + 0-Jen-1, 5; + 0-Ten-1, 1

(2) Δ 0-Jen-3, 5.3; Δ 0-Hec-1, 6.1; Δ 0-Jen-1, 5.3; Δ 0-Ten-1, 1.2

(3) Δ 0-Jen-3, 5.8; Δ 0-Hec-1, 6.1; Δ 0-Jen-1, 5.8; Δ 0-Ten-1, 1.2

De brandpunten, hoofdpunten en nodale punten heten samen de *kardinale punten*. Een *nodale slede* (1) is een draaibaar opgestelde verschuifbare slede, zodat een daarop geplaatste lens om ieder punt van zijn optische as gedraaid kan worden.

- exp. 2.4* Bepaal de brandpuntsafstand van lens (LD) met de nodale slede.
Bepaal de afstand tussen de twee hoofdvlakken.
Vergelijk in het verslag het resultaat met die van exp. 2.1, 2.2 en 2.3.

2.2 Monochromatische aberraties (2)

aanwijzing Zet bij de experimenten in deze paragraaf een groen filter voor de projectielamp. Beeld de lamp met de lens van 20D af op het gaatje en gebruik dit als lichtbron.

Monochromatische aberraties zijn het gevolg van afwijkingen van de paraxiale benadering. Er zijn er vijf:

- 1) *sferische aberratie* (3): randstralen geven een ander brandpunt dan paraxialen.

Een *Hartmann diafragma* (4) is een scherm met gaatjes. Plaatsen we dit voor een lens en laten we er licht op vallen dan kunnen we door een matglas achter de lens te verschuiven de verschillende stralen volgen:

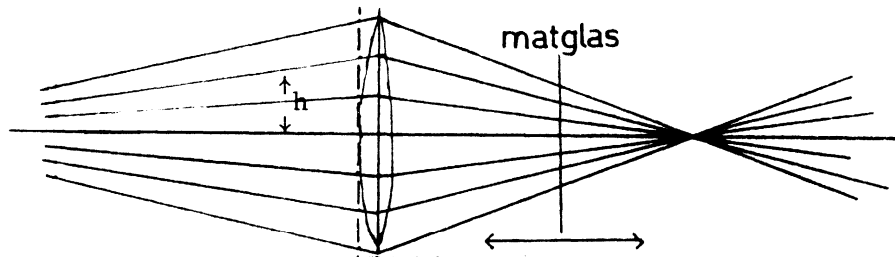


fig. 2.2 de Hartmanntest

- exp. 2.5 Neem met een Hartmann diafragma de sferische aberratie van lens (S) waar. Teken de stralengang zoals in fig. 2.2. Bepaal de brandpuntsafstand als functie van h .
- 2) *coma* (5). Ook als voor sferische aberratie is gecorrigeerd, dan kan een dergelijk verschijnsel zich voordoen als we scheef door de lens kijken.

- exp. 2.6 Gebruik een verlicht gaatje als lichtbron, beeld dit met lens (C) af op het mesje van het *Foucaultapparaat* (6). Beweeg dit mesje langzaam heen en weer. Kijk langs het mesje naar de lens, of neem waar op een matglas dat een eindje achter het mesje staat. Staat het mesje precies op de afbeelding dan wordt de lens in één keer donker (evt. het mesje verplaatsen). Staat het mesje niet in het beeldpunt dan schuift de grens tussen licht en donker van de ene zijde van het beeld naar de andere. Zet nu de lens een beetje scheef en herhaal deze test. Geef een *korte* beschrijving van het waargenomenen.

opmerking

Deze test wordt veel gebruikt om optische apparaten te testen.

- (1) Δ 0-Jen-3, 5.12; Δ 0-Jen-1, 5.12; Δ 0-Ten-1, 1.12.
(2) ++ 0-Jen-3, 9 t/m 9.11; Δ 0-Hec-1, 6.3.1; ++ 0-Jen-1, 9 t/m 9.11;
++ 0-Ten-1, 2 t/m 2.14
(3) + 0-Jen-3, 9.3, 9.4; Δ 0-Hec-1, 6.3.1; + 0-Jen-1, 9.3, 9.4; Δ 0-Ten-1, 2.2
(4) Δ 0-Str-1, p. 355
(5) Δ 0-Jen-3, 9.7; Δ 0-Hec-1, 6.3.1; Δ 0-Jen-1, 9.7; Δ 0-Ten-1, 2.6
(6) \rightarrow 0-Str-1, p. 294

3) *astigmatisme* (1)

p. 2.7 Als een lens (A) (vrij van vorige aberraties) om een verticale as wordt gedraaid en de brandpuntsafstand van deze scheef gezette lens wordt bepaald, blijkt het brandpunt te zijn uiteengevallen in een horizontaal en een vertikaal lijntje. Neem dit waar met een Hartmanndiafragma en een bundel evenwijdig licht en meet de afstand van deze twee lijntjes. Geef een *korte* beschrijving. Astigmatisme is vaak belangrijk bij spiegels.

4) *beeldvlakwielving* (2): het verschijnsel dat het beeldvlak geen plat vlak is.

5) *vertekening* (2) ontstaat als de vergroting van een voorwerp naast de optische as niet hetzelfde is als op de optische as.

Voor al deze aberraties kan gecorrigeerd worden door combinaties van lenzen te gebruiken.

3 Chromatische aberratie (3)

Als de brekingsindex van het materiaal van een lens niet voor alle kleuren dezelfde is, is volgens de lensmakersformule de brandpuntsafstand niet voor alle kleuren dezelfde: *longitudinale chromatische aberratie*.

p. 2.8 Bepaal de brandpuntsafstand van lens (K) voor drie verschillende kleuren door filters voor de lamp te zetten.

Ook de vergroting is niet voor alle kleuren dezelfde (zie 1.6.4): dit geeft *laterale chromatische aberratie*.

Ook chromatische aberratie kan door combinatie van lenzen verminderd worden.

(1) + 0-Jen-3, 9.9; Δ 0-Hec-1, 6.3.1; + 0-Jen-1, 9.9

(2) Δ 0-Jen-3, 9.10 en 9.11; + 0-Hec-1, 6.3.1; + 0-Jen-1, 9.10 en 9.11

(3)++ 0-Jen-3, 9.13; ++ 0-Hec-1, 6.3.1; ++ 0-Jen-1, 9.13

OPTISCHE INSTRUMENTEN

1 Microscoop (1)

De microscoop bestaat uit

- 1) het objectief, brandpuntsafstand f_{obj} , en
- 2) het oculair, brandpuntsafstand f_{oc} .

Meestal zijn objectief en oculari samengestelde lenzen.

De vergroting van de microscoop is:

$$V = M_{obj} \times V_{oc} = - \frac{t \times n}{f_{obj} \times f_{oc}}$$

waarin t de *optische tubuslengte* is: de afstand tussen de brandpunten van beide lenzen (meestal 160 mm), en
 n de *normaalafstand* (0,25 m).

M_{obj} en V_{oc} worden in het algemeen op de onderdelen van een microscoop vermeld, zodat de totale vergroting eenvoudig kan worden vastgesteld.

- p. 3.1* Bepaal de brandpuntsafstand van het oculair (O) en de brandpuntsafstand van het objectief (M).

Bouw op de optische bank een microscoop met een optische tubuslengte van 160 mm. Meet door middel van de dubbelzichtmethode de totale vergroting.

In dit geval moet de formule van de vergroting iets gewijzigd worden. Hoe? Vergelijk in het verslag de op verschillende wijzen gemeten of berekende vergrotingen.

2 Astronomische kijker of telescoop (2)

Deze wordt gebruikt om voorwerpen waar te nemen, die zich zeer ver weg bevinden.

De kijker bestaat uit twee positieve lenzen:

- 1) de objectieflens, brandpuntsafstand f_{obj} , en
- 2) de oculairlens, brandpuntsafstand f_{oc} .

De vergroting van de kijker is:

$$V = - \frac{f_{obj}}{f_{oc}} .$$

- op. 3.2* Meet de brandpuntsafstand van het objectief (T) en de brandpuntsafstand van het oculair (O).

Bouw met deze twee lenzen een kijker en bepaal met de dubbelzichtmethode de totale vergroting.

Vraag: Waar moet de schaalverdeling staan, die als voorwerp dienst doet? Vergelijk in het verslag de op verschillende wijzen gemeten of berekende vergrotingen.

(1) Δ O-Jen-3, 10.11; Δ O-Hec-1, 5.7.5; Δ O-Jen-1, 10.9; Δ O-Ten-1, 3.5

(2) Δ O-Jen-3, 10.13; ++ O-Hec-1, 5.7.6; Δ O-Jen-1, 10.11; Δ O-Ten-1, 3.3

3

Diafragma's (1)

Behalve beeldvorming zijn bij een lenzenstelsel nog van belang het *gezichtsveld* en de *lichtsterkte* (2). Deze twee eigenschappen worden bepaald door diafragma's en lensvattingen. De bundel licht, komende van een voorwerpspunt, en gaande naar het geconjugeerde beeldpunt, wordt in het systeem begrensd door het *openingsdiafragma* (2). Dit kan een lensrand zijn. De afbeeldingen van dit diafragma in de *voorwerpsruimte*, resp. *beeldruimte* heten *intreepupil* (IP) resp. *uittreepupil* (UP) (3). Dit zijn dan ook afbeeldingen van elkaar. De intreepupil is die begrenzing, die gezien vanuit het voorwerp, het kleinst is.

Een straal van een voorwerpspunt door het midden van de intreepupil heet *hoofdstraal* (4) (in fig. 3.1 $YIY''UY'$).

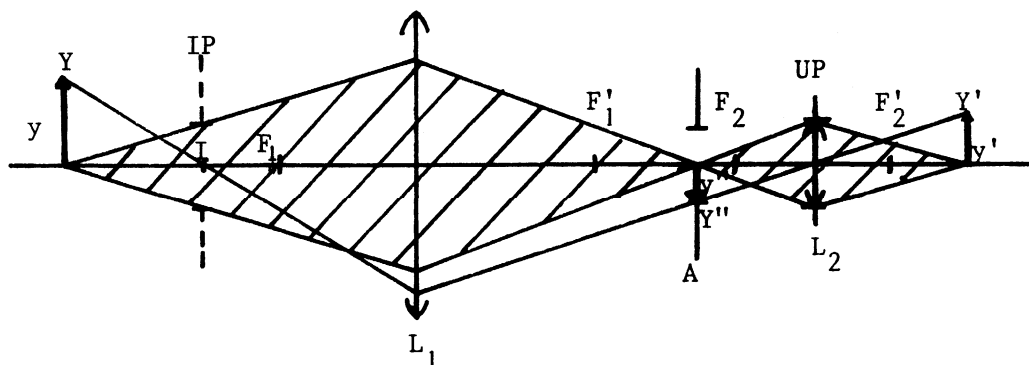


fig. 3.1 bundelbegrenzing

Het gezichtsveld wordt begrensd door die punten, van waaruit een hoofdstraal nog juist door het stelsel gaat (in fig. 3.1 $YIY''UY'$). Het diafragma dat hiervoor bepalend is heet *gezichtsveldbegrenzend diafragma* (A) (2).

- exp. 3.3 Gebruik de astronomische kijker uit exp. 3.2. Plaats een irisdiafragma onmiddellijk voor de objectieflens. Meet voor verschillende diameters van dit diafragma de verhouding tussen IP en UP. Bereken hieruit de vergroting van de kijker. Vergelijk het resultaat hiervan met dat van exp. 3.2.
- exp. 3.4 Bepaal het gezichtsveld van de kijker. Plaats het irisdiafragma in het gemeenschappelijk brandpunt en meet bij verschillende diameters van het diafragma het gezichtsveld. Plaats vervolgens in het gemeenschappelijke brandpunt een positieve lens en meet weer het gezichtsveld. Bepaal de plaats en grootte van de UP met en zonder veldlens. Verklaar het waargenomene.

(1) + 0-Jen-3, 7; Δ 0-Hec-1, 5.3; + 0-Jen-1, 7 t/m 7.12; Δ 0-Ten-1, 1.13

(2) Δ 0-Jen-3, 7.1; Δ 0-Hec-1, 5.3.1; Δ 0-Jen-1, 7.1 ; Δ 0-Ten-1, 1.13

(3) Δ 0-Jen-3, 7.2; Δ 0-Hec-1, 5.3.2; Δ 0-Jen-1, 7.2 ; Δ 0-Ten-1, 1.13

(4) Δ 0-Jen-3, 7.3; Δ 0-Hec-1, 5.3.2; Δ 0-Jen-1, 7.3 ; Δ 0-Ten-1, 1.13

4. FOTOMETRIE

4.1 Inleiding

Indien op het menselijk oog licht valt van verschillende golflengte (kleur), maar met dezelfde energie, zal i.h.a. het oog de ene straling intenser vinden dan de andere. Het is gebleken dat de gevoeligheid van het oog als functie van de golflengte niet sterk verschilt van waarnemer tot waarnemer. Internationaal is een standaardcurve van de ooggevoeligheid vastgesteld (1).

Het bovenstaande maakt dat lichtmetingen bezwaarlijk met de eenheden als Joule en Watt gedaan kunnen worden; aan het SI systeem is dan ook de *candela* als basiseenheid toegevoegd (zie 0.4.2.2).

* De voor experimenten i.h.a. belangrijkste formules zijn aangegeven met
* sterretjes in de kantlijn, zoals deze alinea.

4.2 Eenheden en definities (2)

1. De *Hoeveelheid licht* die per tijdseenheid door een oppervlak gaat heet de *flux* (F); de eenheid van flux is de *lumen* (lm).
2. De *intensiteit* (I; lichtsterkte, intensity) van een lichtbron in een bepaalde richting is de flux uitgezonden per eenheid van ruimtehoek (Ω ; deze eenheid is de *steradiaal*, ster) in die richting:

$$I = \frac{dF}{d\Omega} \quad (1)$$

De eenheid van intensiteit is de *candela* (cd); 1 cd = 1 lm/ster.

De candela is één der grondeenheden van het Internationaal Systeem (S.I.)

3. De *helderheid* (B; brightness, luminance) van een lichtbron, in een bepaalde richting en een bepaald punt van de lichtbron, is de intensiteit (dI) van een infinitesimaal vlakje (dS) in dat punt, gedeeld door de oppervlakte van de projectie van dit vlakje op een vlak loodrecht op de beschouwde richting:

$$B = \frac{dI}{\cos \theta dS} \quad *$$

De eenheid van helderheid is de cd/m^2 .

Een straler waarvan de helderheid B niet afhankelijk is van de plaats op de straler, noch van de richting heet een *diffuse* of *Lambertstraler*; dan geldt de *cosinuswet van Lambert*

$$I = BS \cos \theta = I_0 \cos \theta \quad (2)$$

4. De *verlichtingssterkte* (E; illumination) van een vlak is de per eenheid van oppervlak op dat vlak vallende flux:

$$E = \frac{dF}{dS'} \quad (3)$$

De eenheid van verlichtingssterkte is de *lux* (1 lx = 1 lm/m²).

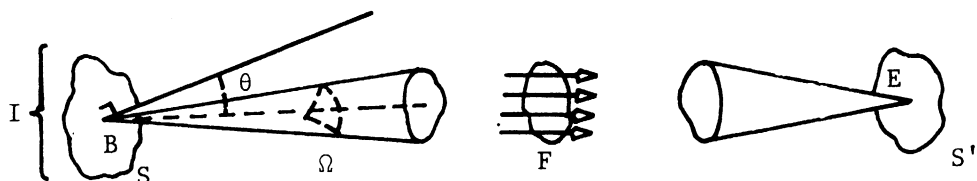


fig. 4.1

- (1) Δ O-Brow-1, 5.4; Δ O-Dit-1, 10.22; Δ O-Fin-1, 119; ++ O-Kei-1, XII-4;
Δ O-Str-1, 3.10; Δ O-Rec-1, 4.8; Δ O-Ten-1, 6.7
(2) + O-Brow-1, 5 t/m 5.6; Δ O-Dit-1, 10.22 t/m 10.28; + O-Fin-1, 119
t/m 122; Δ O-Str-1, 3.15; Δ O-Rec-1, 4.3, 4.6; + O-Ten-1, 6t/m 6.6

4.3

Enige stralingswetten (1)

We beschouwen in het volgende alleen diffuse stralers, alleen vlakken loodrecht op de lichtweg (zodat $\cos \theta = 1$) en alleen vlakjes met afmetingen klein t.o.v. hun onderlinge afstanden.

1. We kunnen het verband tussen de verschillende bovengenoemde grootheden nu als volgt samenvatten:

$$F = I\Omega = ES = BS\Omega \quad (4)$$

2. Voor de flux die uitgaande van een lichtbron met oppervlak S en helderheid B , door een oppervlak S' op een afstand r gaat, geldt:

$$F = BS\Omega = I \cdot \frac{S'}{r^2} \quad (5)$$

daar de ruimtehoek die S' inneemt gezien vanuit de lichtbron S'/r^2 is. De verlichtingssterkte op S' is dan

$$E = \frac{F}{S'} = \frac{I}{r^2} \quad (6)$$

Hieruit volgt het belang van de grootheid I .

3. *Wet van behoud van helderheid*

Als we een lichtbron met helderheid B en oppervlak S met een lens afbeelden, dan kunnen we de helderheid van het beeld als volgt berekenen:

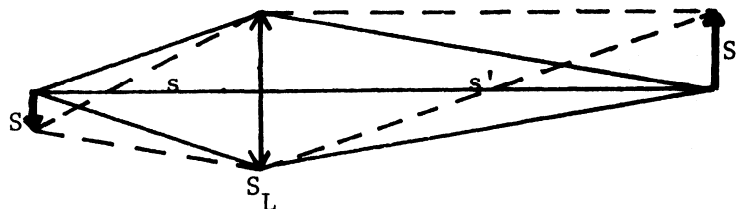


fig. 4.2

Door het voorwerp wordt naar de lens (met oppervlakte S_L) een flux F uitgezonden:

$$F = B S S_L / s^2$$

Door het beeld (oppervlakte S') wordt een flux F' ontvangen (en eventueel weer uitgezonden), waarvoor geldt:

$$F' = B' S' S_L / s'^2 .$$

Voor de vergroting bij afbeelding door een lens geldt:

$$M = - \frac{s'}{s} \quad \text{zodat} \quad S'/S = s'^2/s^2 .$$

Daar verder de door het voorwerp via de lens uitgezonden flux geheel in het beeld terecht komt, geldt $F' = F$.

Uit dit alles volgt:

$$\boxed{B' = B} \quad (7)$$

Hierbij is afgezien van reflectie-, absorptie- en andere verliezen in de lichtweg.

(1) Δ 0-Brow-1, 5.7 t/m 5.10; Δ 0-Ten-1, 6.5, 6.17

We zien dus dat bij gebruik van optische instrumenten bij afbeelding de helderheid van de lichtbron behouden blijft, onafhankelijk van de gebruikte lens of de wijze van afbeelding (vergroot of verkleind). Uit (4) volgt dat behalve deze helderheid de oppervlakte van de intreepupil en de ruimtehoek waarbinnen het licht geaccepteerd wordt (gezichtsveld) bepalend zijn voor de waar te nemen flux, mits deze geheel benut worden.

Indien we meerdere optische systemen achter elkaar plaatsen moeten de openingshoeken en oppervlakken van in- en uitteerpupillen aan elkaar aangepast worden. Immers: de kleinste van twee opeenvolgende is bepalend! Indien het ons om de verlichtingssterkte te doen is dan zien we uit

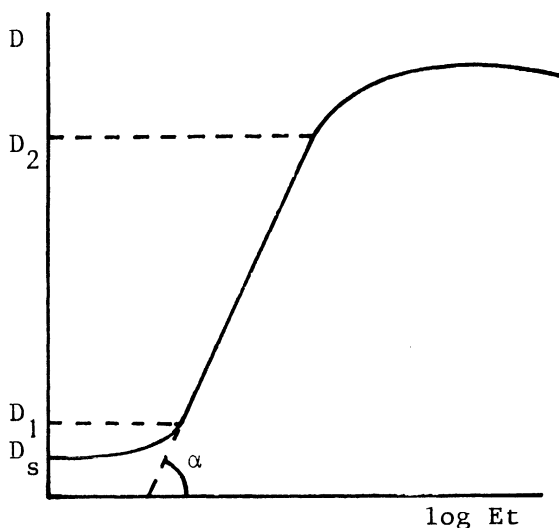
$$E = F/S = B\Omega$$

dat slechts de helderheid en de ruimtehoek (van het laatste afbeeldende element gezien vanuit de afbeelding, want dit is de plaats waar E waargenomen wordt) van belang zijn. Deze situatie doet zich b.v. voor bij een fotografische camera of een spectrograaf (zie 0.9).

4.4

Detectoren

1. We bekijken twee soorten detectoren
 - a) de fotografische plaat: deze registreert de verlichtingssterkte E , integreert hierbij over een zeker tijdsinterval (de belichtings-tijd) en geeft ruimtelijke informatie in twee dimensies.
 - b) fotoelectrische detectoren: deze integreren de opvallende flux F over een zeker oppervlak en geven een signaal als functie van de tijd.
2. De fotografische plaat (1)
De karakteristieke eigenschappen van de fotografische plaat zijn samengevat in fig. 4.3.



de *zwarting* is D
 het *contrast* is $D_2 - D_1$
 de *gradatie* is $\gamma \hat{=} \text{tg } \alpha$
 de *sluierzwarting* is D_s

fig. 4.3 de zwartingskromme

(1) Δ O-Brow-1, 7 t/m 7.4; Δ F-Gev-1, p. 75-82, p. 393-398; ++ F-Mee-1, 4

De zwarting D wordt gedefinieerd als de logaritme van de verhouding van de flux (F_o) van het opvallende en flux (F_t) van het doorgelaten licht.

$$D \cong \log \frac{F_o}{F_t}$$

Door deze verhouding te meten kunnen we de zwarting van een plaat bepalen.

3. *Fotoelectrische detectoren* (1)

We gebruiken er twee:

- 1) de *fotocel*. Dit is een halfgeleider met p-n overgang, die spanning of stroom levert als er licht op valt.
- 2) de *fotoweerstand*. Dit is een weerstand van halfgeleidermateriaal, waarvan de weerstand afhankelijk is van de eropvallende flux.

exp. 4.0 Inleiding

We gaan nu de zwartingskromme bepalen van een fotografische emulsie. Voor het bepalen van de zwarting dienen we te beschikken over een geijkte fotoelectrische detector. Hiertoe worden enige detectoren onderzocht en voor zover nodig geijkt.

[Behandel de volgende deelexperimenten in het verslag als één geheel.]

- exp. 4.1* Belicht een strookje fotografisch materiaal, zodanig dat opeenvolgende gebiedjes belicht worden met belichtingstijden die toenemen als een meetkundige reeks, terwijl de verlichtingssterkte constant blijft.

Ontwikkelvoorschrift bij de assistent. (Zie ook 4.5: Doka-instructie.)

- exp. 4.2* Meet de weerstand van de fotoweerstand als functie van de eropvallende flux. Gebruik als lichtbron de afbeelding van de projectielamp op een diafragma.
Ga na hoe van deze lichtbron de intensiteit gevarieerd kan worden. Kies hiervoor een gunstige waarde en hou deze constant.
Varieer nu de flux op de detector door de afstand tot de lichtbron te wijzigen. Indien deze variatie te klein is, breng dan de detector van het ene eind van de optische bank naar het andere en pas de intensiteit van de lichtbron aan.
Geef de resultaten in grafiekvorm weer.

- exp. 4.3* Bepaal met de fotoweerstand uit het vorige experiment de zwarting van de verschillende velden van de fotografische film. Gebruik hierbij de grafiek uit exp. 4.2.
Construeer de zwartingskromme en bepaal contrast, gradatie en sluier.
Hoe wordt het nulpunt bepaald van D , nodig voor de bepaling van de sluier?

- exp. 4.4 (Alleen indien de beschikbare tijd het toelaat.)
Meet de spanning en de kortsluitstroom van de fotocel als functie van de eropvallende flux, analoog aan exp. 4.2.

DOKA INSTRUCTIE

1. Ruim na gebruik de donkere kamer altijd op en breng sleutels, flessen, platen, films, etc. terug naar de plaats waar zij vandaan kwamen.
Opruimen houdt in:
 1. gooi de ontwikkelaar weg en spoel de bak goed om
 2. giet voorzichtig de fixeer terug in de fles; veeg gemorste fixeer weg; spoel de fixeerbak zorgvuldig om
 3. maak het verwarmingsmatje schoon
 4. maak het aanrecht schoon
 5. zet de bakken zo neer, dat deze kunnen drogen
 6. ruim papiertjes, oude films, etc. op
 7. schakel de ventilator uit
 8. laat de doka door de assistent controleren.

2. Het vullen van de cassette
 - 1.1 Controleer altijd of het busje met film en de cassette gesloten zijn alvorens een andere dan de eventueel voorgeschreven lamp aan te doen.
 - 1.2 Werk voor panchromatisch materiaal of in geval van twijfel altijd in totale duisternis. Gebruik ook geen donkerrode lamp daar de films i.h.a. zeer gevoelig zijn.
 - 1.3 Zorg dat alles klaar staat voordat het licht wordt uitgedaan.
 - 2.1 Maak in het donker een busje film open. Neem een strookje film uit het busje en berg de rest direct weer op. Doe het busje dicht!
 - 2.2 Emulsiekant
Voel met een natte vinger of bijt met de lippen in de rand van de film. De plakkerige kant is de emulsiekant.
Als de film opgerold is, is de gevoelige laag i.h.a. aan de holle kant. Bedenk, dat het maken van een opname veel langer duurt dan het uitzoeken wat de emulsiekant van de film is.
 - 2.3 Doe de films altijd met de emulsiekant in de richting van de cassette-schuif in de cassette.

3. Ontwikkelen van de film Ontwikkelen:
 - 1.1 Verdun de ontwikkelaar met de aangegeven hoeveelheid water en breng deze op de aangegeven temperatuur. Zoek temperatuur en ontwikkeltijd voor het betreffende fotografisch materiaal op in het ontwikkelvoorschrift. Is dit niet aanwezig, vraag dan de assistent.
 - 1.2 Leg de belichte films altijd met hun emulsiekant naar boven in de ontwikkelbak. Beweeg deze gedurende de voorgeschreven ontwikkeltijd heen en weer. Let op, dat de film inderdaad helemaal in de ontwikkelaar ligt. Bij gebruik van het ontwikkelraampje voor film moet de emulsiezijde van de film naar het ontwikkelraampje toegewend zijn. De film moet met de emulsiezijde naar boven (dus onder het raampje) in de bak gelegd worden.
 - 1.3 Neem de films uit het ontwikkelbad en spoel even alvorens te fixeren.
Fixeren:
 - 2.1 Giet de fixeer in de fixeerbak.
De fixeer mag niet worden weggegooid, maar moet in de fles worden teruggegoten.
 - 2.2 Leg de ontwikkelde film in de bak (emulsiekant boven) en beweeg de bak heen en weer. Zorg dat de film helemaal ondergedompeld ligt.

- 2.3 Doe na ongeveer vijf minuten het licht aan:
- a) de film ziet melkwit; doe dan onmiddellijk het licht weer uit en ga door met fixeren;
 - b) de film ziet er geheel helder uit.
- Als het geen proefstrook betreft moet de film totaal ca 10 minuten fixeren.
- 2.4 Leg daarna de film (emulsie boven) in de spoelbak en laat ca 20 minuten spoelen.

Drogen

- 3.1 Hang de film te drogen met een gewichtje aan de onderkant.
Gebruik nooit een föhn en leg de film nooit op of boven de verwarming.
- 3.2 Leg een nog natte film nooit met zijn emulsiekant naar beneden neer en verpak de natte film ook nooit in papier.
- 3.3 Vraag de assistent naar een plaats om de films op te bergen.
- 3.4 Ter bespoediging van het drogen kan de film na het spoelen even afgespoeld worden in bak met alcohol.
Gooi de alcohol terug in de alcoholfles!

1. Het doel van de proeven

Het bestuderen van buigingsverschijnselen.

2. Theorie

Bestudeer:

2.1 De Fraunhoferse buiging aan een spleet:

intensiteitsverloop, plaats maxima en minima (1).

2.2 De theorie van het ruimtelijk scheidend vermogen bij afbeelding door een lens (2)

2.3 De Fresnelbuiging aan een rand (3)

3. Experimenten

Intensiteiten worden gemeten met een fotoweerstand geplaatst achter een spleet (waarom?), die geschakeld wordt als bij de fotometrische metingen (04) of met een fotodiode met een transistor (fig. 1). De voedingsspanning van deze detector is 12 V (die van de fotoweerstand 2 V!).

De stroom is evenredig met de opvallende flux.

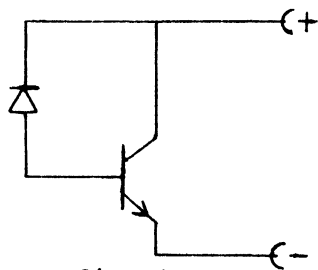


fig. 1

3.1* Bekijk het buigingspatroon van een (variabele) spleet met als lichtbron een laser, neem waar op een matglas!

Meet vervolgens het intensiteitsverloop van het buigingsbeeld van de vaste spleet op. Vergelijk het resultaat (grafisch) met de theorie, corrigeer voor strooilicht etc.

3.2* Bepaling ruimtelijk scheidend vermogen.

Gebruik als voorwerp de resolutietestplaat. Verlicht deze *incoherent* (door een gloeilamp met groenfilter). Kijk met een loupe naar de afbeelding, gemaakt met lens R, van de testplaat en kijk wanneer details in dit beeld verdwijnen als de lens gediafragmeerd wordt met het rechthoekige diafragma. Vergelijk de waargenomen resolutie met de theoretische. Vervang ook bij nog net zichtbare details het groenfilter door het roodfilter. Meet het gebruikte deel van de testplaat op op de comparateur of met een microscoop.

3.3 Neem het buigingsbeeld van een spleet waar (op niet al te grote afstand) met als lichtbron een spleet verlicht door een Na- of Hg-lamp (de laatste met een groenfilter). Begin met een nauwe spleet en draai deze langzaam open. Ga na wanneer niet meer aan de voorwaarde voor Fraunhofer buiging is voldaan.

3.4* Bekijk Fresnelbuiging aan een rand, met als lichtbron een spleet met Na- of Hg-lamp (de laatste met groenfilter) en meet de plaats van maxima en minima op. Vergelijk met de theorie.

4. Uitwerking

De golflengte van de He-Ne laser is 6328,2 Å, van de groene Hg-lijn 5461 Å en van de gele Na-lijnen (gemiddeld) 5892 Å.

Bepaal in overleg met de assistent van welk onderdeel het meetrapport uitgewerkt moet worden tot verslag.

5. Literatuur:

- (1) Δ O-Jen-1 of 3, 15 t/m 15.3; Δ O-Hec-1, 10.2; Δ O-Ten-1, 11.2;
Δ O-Smi-1, 9.2; Δ O-Ros-1, 4.14, 4.15
- (2) Δ O-Jen-1 of 3, 15.6; + O-Ten-1, 12 t/m 12.4; Δ O-Smi-1, 14 t/m 14.4;
Δ O-Ros-1, 4.16
- (3) Δ O-Jen-1 of 3, 18.7 t/m 18.9, 18.11, 18.12; ++ O-Hec-1, 10.3.6 t/m
10.3.9; Δ O-Ten-2, 6.5 t/m 6.7, Δ O-Ros-1, 4.11; Δ O-Smi-1, 16 t/m
16.4

1. Het doel van de proeven

Het bestuderen van interferentie- en buigingsverschijnselen.

2. Theorie

2.1 Bestudeer wat bij de dubbelspleet van Young het intensiteitsverloop, de plaats van maxima en minima, en de invloed van de eindige breedte van de lichtbron, zichtbaarheidsgraad (visibility) en de coherentievoorwaarde zijn (1).

2.2 Bestudeer de Fresnelbuiging aan een ronde opening (2).
De werking van een zôneplaat (3): brandpuntsafstanden, afbeelding.

3. Experimenten

3.1* Meet het intensiteitsverloop in het interferentiepatroon van de spleten van Young op met gebruikmaking van een laser als lichtbron.
De detector is dezelfde als bij 0-5.

3.2* Bepaal met een Hg-lamp (met groenfilter) of Na-lamp als lichtbron bij welke breedten van de lichtbron bij de proef van Young de zichtbaarheidsgraad maximaal of minimaal is.

3.3* Neem Fresnelbuiging waar aan een ronde opening (gaatje); wat voor vorm moet de lichtbron hebben en hoe is dit te realiseren? Meet de plaats op de optische as van maxima en minima op. Vergelijk met de theorie.

3.4 Bepaal de hoofdbrandpuntsafstand en de nevenbrandpuntsafstanden van een zôneplaat; bereken de straal van de middelste zône. Doe dit voor twee verschillende kleuren licht.

4. Uitwerking

De golflengte van de He-Ne laser is $6328,2 \text{ \AA}$, van de groene Hg-lijn 5461 \AA , en van de gele Na-lijnen (gemiddeld) 5892 \AA .

Bepaal in overleg met de assistent van welk onderdeel het meetrapport uitgewerkt moet worden tot verslag.

5. Literatuur

(1) Δ 0-Hec-1, 10.2.2, 12.2; Δ 0-Lot-1, 6.1, 6.3; Δ 0-Jen-1 of 3, 13.2, 13.3, 16 t/m 16.7; Δ 0-Ten-1, 11.3, 11.5; Δ 0-Ros-1, 4.17; Δ 0-Smi-1, 10 t/m 10.5

(2) Δ 0-Jen-1 of 3, 18 t/m 18.3; ++ 0-Hec-1, 10.3 t/m 10.3.4; Δ 0-Ten-2, 6.3; Δ 0-Smi-1, 16.5; + 0-Ros-1, 4 t/m 4.5

(3) Δ 0-Jen-1 of 3, 18.5; Δ 0-Hec-1, 10.3.5; Δ 0-Ten-2, 6.4; Δ 0-Ros-1, 4.8

1. Doel van de proeven
 Het kennismaken met meerstraalsinterferentie en het leren begrijpen en gebruiken van hierop gebaseerde fysische meetapparatuur, m.n. de traliespectrocoop.
2. Theorie
 - 2.1 Ga na wat voor een tralie de theoretische waarden zijn van de afbuigingshoeken, dispersie en scheidend vermogen (1).
 - 2.2 Bekijk hoe een (tralie-)spectrocoop of -spectrograaf in elkaar zit (2). Zoek een aantal mogelijke opstellingen op (3).
3. Experimenten
 - 3.1 Bepaal de tralieconstanten van de drie tralies door de afbuiging van het licht van een He-Ne laser te meten in verschillende ordes.
 - 3.2 * Bouw een traliespectrocoop. Bepaal de dispersie van de verschillende tralies in verschillende ordes; gebruik als lichtbron een Hg-lamp (met groenfilter!) of Na-lamp.
 - 3.3 * Bepaal voor de verschillende tralies bij welke traliebreedtes in de verschillende ordes de gele Na-lijnen nog juist gescheiden kunnen worden waargenomen. (Geef de resultaten in een overzichtelijke tabel weer.)
4. Uitwerking
 Zoek de golflengtes van de gebruikte spectraallijnen op (4). Bepaal in overleg met de assistent welk meetrapport uitgewerkt moet worden tot verslag. (De meetrappen moeten zondig een vergelijking met de theorie bevatten.)
5. Literatuur
 - (1) Δ O-Hec-1, 10.2.7; Δ O-Lot-1, 7 t/m 7.3; Δ O-Jen-1 of 3, 17 t/m 17.9; Δ O-Ten-1, 11.6, 12.6; Δ O-Saw-1, 6 t/m 6.3
 - (2) Δ O-Bru-1, 148, 149; Δ O-Mat-1, 20.5.1; Δ O-Mik-1, 3.3.1; Δ O-Str-1, 10.5; Δ O-Wel-2, p. 98
 - (3) ++ O-Jame-1, 4, 5, 6; + O-Dav-1, 4; + O-Mik-1, 3.9, 3.10; ++ O-Saw-1, 7; Δ O-Ten-2, 5.20 t/m 5.22; + O-Tho-1, 5.8
 - (4) \rightarrow T-Elf-1

1. Het doel van de proeven is het leren werken met gepolariseerd licht.
2. Theorie
Het is hiervoor nodig te bestuderen:
 - 2.1 wat lineair gepolariseerd licht is en hoe het gemaakt, waargenomen en gebruikt kan worden (1).
 - 2.2 wat circulair gepolariseerd licht is en hoe het waargenomen, gemaakt en gebruikt kan worden (2).
3. Experimenten
 - 3.1* Meet de intensiteit van licht dat achtereenvolgens door twee lineaire polarisatoren valt als functie van de hoek tussen de optische assen van deze polarisatoren (Wet van Malus). (3)
 - 3.2* Meet de polarisatiegraad van licht dat onder de Brewsterhoek door een stapel glasplaatjes valt als functie van het aantal glasplaatjes. Bepaal eerst de Brewsterhoek. (4)
 - 3.3 Bouw een opstelling om de polarisatierichting van lineair gepolariseerd licht te draaien over een variabele hoek door gebruikmaking van een $\frac{1}{2} \lambda$ plaatje. (5). Meet deze hoek als functie van de hoek tussen de optische assen der componenten.
 - 3.4 Bouw m.b.v. een $\frac{1}{4} \lambda$ plaatje een circulaire polarisator (6). Controleer of het licht dat eruit komt circulair gepolariseerd is. Bouw vervolgens ook een circulaire analysator. Ga na hoe het licht van de polarisator geheel doorgelaten dan wel geheel uitgedoofd kan worden door de analysator. Test vervolgens een complete circulaire polarisator. Ga na of deze in een bepaalde richting gebruikt moet worden.
4. Uitwerking
Maak een verslag van 3.1 of 3.2 en van de overige experimenten alleen een meetrapport.
5. Literatuur
 - (1) Δ O-Fra-6, 1 t/m 1.5, 1.9; + O-Jen-lof3, 24 t/m 24.12; Δ O-Ten-2, 3 t/m 3.2; + O-Ros-1, 6.1, 6.2, 6.4
 - (2) Δ O-Fra-6, 1.6; Δ O-Jen-lof3, 27 t/m 27.2; + O-Ten-2, 3.8 t/m 3.11; Δ O-Ros-1, 6.5, 6.6, 6.7
 - (3) Δ O-Fra-6, 1.2; Δ O-Jen-lof3, 24.5; Δ O-Ros-1, 6.1
 - (4) Δ O-Jen-lof3, 24.3, 24.4; Δ O-Ten-2, 3.2; Δ O-Ros-1, 6.4
 - (5) Δ O-Fra-6, 1.6; Δ O-Jen-lof3, 27.2; Δ O-Ten-2, 3.11; Δ O-Ros-1, 6.6
 - (6) Δ O-Fra-6, 1.6; Δ O-Jen-lof3, 27.2; Δ O-Ten-2, 3.10; Δ O-Ros-1, 6.6

1. Doel van de proef

- 1a. Een nauwkeurige bepaling van δ f de brekingsindex van lucht. 1b. Een nauwkeurige bepaling van de de brekingsindex van een glassoort.

2. Theorie

2.1 Bestudeer de theorie van de tweestraalsinterferometer, i.h.b. van de Michelson- en de Mach-Zehnder interferometers (1).

- Ga na, welke interferentiepatronen waar te nemen zijn, als we een bundel monochromatisch licht op een Mach-Zehnder interferometer laten vallen als
1) de spiegels volkomen evenwijdig staan
2) de spiegels een kleine hoek t.o.v. elkaar maken.

2.2 Doe in overleg met de assistent 2.2.a δ f 2.2.b.

- 2.2.a Ga na hoe men met de Mach-Zehnder interferometer de brekingsindex van gassen bepaalt (2) en hoe men bij zekere temperatuur en druk omrekent naar andere omstandigheden (2). 2.2.b. Ga na hoe men met een interferometer de brekingsindex van doorzichtige materialen bepaalt (3).

3. Experiment

3.1 Bouw een Mach-Zehnder interferometer met als lichtbron een Laser. Denk aan de veiligheidsregels van lasers! (pagina 0 - 0 - 2)
Beeld het interferentiepatroon vergroot af op een matglas.

3.2 Of 3.2.a δ f 3.2.b.

- 3.2.a Plaats in één van de armen van de interferometer de vacuumbuis. Pomp deze zover leeg, als zinvol is en laat dan langzaam lucht in. Daarvoor is een speciaal ventiel aangebracht. Bepaal alle noodzakelijke grootheden met de vereiste nauwkeurigheid. 3.2.b Plaats in één der armen van de interferometer het glasplaatje op een draaibare tafel. Bedenk een methode om de onnauwkeurige instelling van het plaatje loodrecht op de bundel te vermijden. Bepaal alle noodzakelijke grootheden met de vereiste nauwkeurigheid.

4. Uitwerking

Of 4.a δ f 4.b. (De golflengte van de gebruikte laser is $6328,2 \text{ \AA}$.)

- 4.a Bereken de brekingsindex van lucht bij de heersende temperatuur en druk en bij de normaaltemperatuur en druk (15°C en 760 mm Hg-druk) (4). Vergelijk met de literatuurwaarde (5). 4.b Bereken de brekingsindex van het glas voor de gebruikte golflengte; ga na wat dit voor soort glas geweest kan zijn aan de hand van literatuurwaarden (5).

5. Literatuur

- (1) Δ O-Roi-1, XIVA; Δ O-Ros-1, 3.12, 3.13, 3.8 t/m³.10; ++O-Coo-1, 3.1, 4.II
 Δ O-Bru-1, VII.I; Δ O-Jen-1of3, 13.8 t/m 13.10, 13.15; Δ O-Ten-1, 10.1, 10.2.3
(2) \rightarrow O-Roi-1, XV, A1, A4 (4) \rightarrow O-Roi-1, VIII.5
(3) \rightarrow O-Mon-1, exp. 10 (5) Δ T-NNN.

1. Doel van de proef
 - 1.a Een nauwkeurige bepaling van de brekingsindex van lucht. òf 1.b Een nauwkeurige bepaling van de brekingsindex van een glasoort.
2. Theorie
 - 2.1 Bestudeer de theorie van de tweestraalsinterferometer, i.h.b. van de Michelson- en de Twyman-Green-interferometers (1). Ga na, welke interferentiepatronen waar te nemen zijn, als we een bundel monochromatisch licht op een Michelson-interferometer laten vallen als
 - 1) de spiegels onderling volkomen loodrecht staan
 - 2) de spiegels een hoek t.o.v. elkaar maken die iets van 90° afwijkt.
 Waarom is bij het gebruik van monochromatisch licht geen compensatieplaat nodig?
 - 2.2 Doe in overleg met de assistent òf 2.2.a òf 2.2.b.
 - 2.2.a Ga na hoe men met een Michelson-interferometer de brekingsindex van gassen kan bepalen (2) en hoe men bij zekere temperatuur en druk omrekent naar andere omstandigheden (2).
 - 2.2.b Ga na hoe men met een interferometer de brekingsindex van doorzichtige materialen bepaalt (3).
3. Experiment
 - 3.1 Bouw een Michelson-interferometer met als lichtbron een laser. Denk om de veiligheidsregels van lasers (pag. 0 - 0 - 2). Neem het interferentiepatroon waar op een matglas. Zorg m.b.v. één of meer lenzen dat het beeldveld groot genoeg is.
 - 3.2 Of 3.2.a òf 3.2.b.
 - 3.2.a Plaats in één van de armen van de interferometer de vacuumbuis. Pomp deze zover leeg, als zinvol is en laat dan langzaam lucht in. Daarvoor is een speciaal ventiel aangebracht. Bepaal de noodzakelijke grootheden met de vereiste nauwkeurigheid.
 - 3.2.b Plaats in één der armen van de interferometer het glasplaatje op een draaibare tafel. Bedenk een methode om de onnauwkeurige instelling van het plaatje loodrecht op de bundel te vermijden. Bepaal de noodzakelijke grootheden met de vereiste nauwkeurigheid.
4. Uitwerking

òf 4.a òf 4.b. (De golflengte van de gebruikte laser is $6328,2 \text{ \AA}$.)

 - 4.a Bereken de brekingsindex van lucht bij de heersende temperatuur en druk en bij de normaaltemperatuur en -druk (15°C en 760 mm Hg-druk) (4) Vergelijk met de literatuurwaarde (5).
 - 4.b Bereken de brekingsindex van het glas voor de gebruikte golflengte ga na wat dit voor soort glas geweest kan zijn aan de hand van literatuurwaarden (5).
5. Literatuur
 - (1) ++ O-Coo-1, 3.I.4; Δ O-Bru-1, VII.I; Δ O-Roi-1, XV, A1,A2,A3
Δ O-Jen-1of3, 13.8 t/m 13.10, 13.15; Δ O-Ten-1, 10.1, 10.2.3
 - (2) → O-Roi-1, XV-A4 (3) → O-Mon-1, exp. 10 (4) → O-Roi-1, VIII.5
 - (5) Δ T-NNN

1. Doel van het experiment
Het bepalen van de Rydbergconstante uit het waterstofspectrum, opgenomen met een traliespectrograaf.
2. Theorie
 - 2.1 Bestudeer de theorie van het H-spectrum en met name het ontstaan van de Balmer-serie. (1)
 - 2.2 De te gebruiken spectrograaf is uitgerust met een sferisch tralie in een Paschen-Runge opstelling (2) of met een vlak tralie in een Littrow - (3) - of een Czerny-Turner-opstelling (4).
 - 2.3 Ga na hoe de spleet van een spectrograaf belicht dient te worden (5); zie ook 0-4-3 van deze handleiding.
3. Experiment
 - 3.1 Beeld de lichtbron zo op de spleet van de spectrograaf af dat de film zoveel mogelijk licht ontvangt; vermijd hierbij het optreden van strooilicht in de spectrograaf.
Bij het uitlijnen kan de spleet ver geopend worden en de stralengang bij het tralie gecontroleerd worden door "vanuit een lijn" naar het tralie te kijken. **RAAK HET TRALIE NOOIT AAN.**
 - 3.2 Als ijk-spectrum dient dat van Hg. Neem dit zó overlappend met het H-spectrum op dat geen systematische verschuivingen op (kunnen) treden en dat geen lijnen van het (onbekende) H-spectrum overdekt worden. Met het V-diafragma kan de lengte van spectraallijnen gevarieerd worden en met het Hartmann-diafragma kunnen verschillende (iets overlappende) opnamen gemaakt worden (6).
Zorg ervoor dat de beide spectra te onderscheiden zijn op grond van de opnameconditie's.
Maak minstens twee stel opnames op één film of plaat. (Belichtingstijden in overleg met de assistent.)
 - 3.3 Ontwikkel de fotografische film of plaat. (Zie 0-4-5 en het voorschrift in de doka.)
 - 3.4 Meet in één keer het H-spectrum en het Hg-spectrum op de comparateur op. Noteer in de meetlijst ruwe schattingen van de intensiteiten.
 - 3.5 Identificeer zoveel mogelijk Hg-golflengten (7). Denk aan tweede-orde lijnen en zorg dat de golflengten nauwkeurig genoeg bekend zijn voor de berekening.
 - 3.6 De berekening van de golflengte gaat verder als volgt:
Bij een traliespectrograaf wordt het verband tussen de golflengte, λ , en de plaats, x , in eerste benadering beschreven door een lineaire functie $\lambda = px + q$ (waarom?), zoals ook uit bovengenoemde grafiek blijkt.
Uitgaande van twee ver uiteenliggende (waarom?) ijklijnen kunnen we p en q berekenen.
Het verband tussen λ en x kunnen we (gezien de meetnauwkeurigheid) beter beschrijven met een machtreeks. De hogere orde termen kunnen we echter gemakkelijker grafisch verwerken door een grafiek te maken van het verschil tussen de literatuurwaarden van de ijklijnen, λ_1 , en de met de lineaire functie berekende λ_b : $\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_b$, tegen de plaats x .
De golflengte van de onbekende lijnen kan nu bepaald worden uit de lineaire interpolatie en de grafische correctie daarop.
N.B. Let bij het tekenen van deze grafiek op de gewenste nauwkeurigheid. Deze grafiek kan ook de basis zijn voor een foutenschatting.

4. Uitwerking

- 4.1 Bepaal uit de berekende golflengten de golfgetallen in vacuo van de lijnen van de Balmer-serie (8).
- 4.2 Bepaal hieruit de Rydberg constante voor waterstof en R_{∞} .
- 4.3 Voeg opname, meetlijsten en grafieken bij het verslag.

5. Literatuur

- (1) Δ O-Ten-2, 2.3, 2.5; Δ At-Her-1, 1.1 t/m 1.3; + At-Shp-1, 103 t/m 105, 107, 111; + At-Trk-1, 1,4; Δ At-Hin-1, 2.1 t/m 2.4; Δ At-Jac-1, pag. 59 t/m 65; Δ At-Fan-1, 4.3, 4.4
- (2) Δ O-Ten-2, 5.21, 5.22; Δ O-Saw-1, 6.4, 7 t/m 7.5; \angle O-Bor-1, 8.6.c; Δ O-Dav-1, 4; Δ O-Mik-1, 3.10.3; Δ O-Smi-1, 5.5, 5.8
- (3) Δ O-Bru-1, 150; Δ O-Dav-1, 4; Δ O-Jame-1, 5.12; Δ O-Ten-2, 5.20; Δ O-Bor-1, 8.6.c; Δ O-Smi-1, 5.8
- (4) Δ O-Dav-1, 4; Δ O-Mik-1, 3.9.3
- (5) Δ O-Saw-1, 3.9; ++ O-Bou-1, 2.5 t/m 2.8; + O-Mik-1, 3.7; \angle O-Can-1, I, 9 t/m 11; Δ O-Dav-1, 5; Δ O-Jame-1, 10.1; Δ O-Tho-1, 4.3
- (6) Δ O-Can-1, II, 11
- (7) T-Elf-1, pag. 64; T-Koh-1, pag. 79; T-Zai-1; At-Her-1, pag. 6
At-Har-1, pag. 278, 279; At-Kuh-1, pag. 174
- (8) T-Kay-1; T-Wav-1.

PRAKTIKUM MECHANICA.

Het praktikum Mechanica bevat een aantal proeven die niet, zoals bij het praktikum Optica, een duidelijke samenhang hebben met de ontwikkeling van de theoretische achtergrond: de proeven kunnen dan ook in een willekeurige volgorde worden uitgevoerd.

Hier zijn verschillende redenen voor. De theoretische mechanica is een vak met een hoge mate van abstractie, zo dat het met recht als een tak van de wiskunde beschouwd zou kunnen worden. Proeven die een illustratie kunnen geven van de basisbegrippen van de mechanica, niet versluierd door "bijzaken" zoals wrijving, de invloed van het zwaarteveld, beperkte meetnauwkeurigheid enz. zijn dan ook meestal moeilijk te realiseren. Een voorbeeld is de gyroscopproef.

Als voorbeeld van een abstract mechanisch model komt de harmonische oscillator met enige variaties aan de orde, gesimuleerd met behulp van een analoge computer. Het experimenteren met fysische modellen, waarvoor dit type computer zich bij uitstek leent, is een belangrijk stuk gereedschap van de hedendaagse natuurkunde.

Een andere reden voor de gekozen opzet is, dat bij de toepassingen van de mechanica vaak sterk de nadruk ligt op experimenteerkundige aspecten, waarbij gebruik gemaakt wordt van een scala van theoriën en technieken uit de mechanica zelf, de electronica, optica, foutenberekening enz. Voorbeelden:

De bepaling van e volgens Millikan (1918) is nog steeds een schoolvoorbeeld van een slim uitgedacht fysisch experiment. De wetten van de mechanica worden hier toegepast op microscopische deeltjes; de grenzen van de toepasbaarheid ervan komen hierbij in zicht, doordat de lucht waarin de druppeltjes bewegen niet als een continu medium beschouwd kan worden, en statistische fluctuaties (Brownbeweging) een rol van betekenis gaan spelen.

Bepaling van de glijdingsmodulus van ijzer: deze proef geeft een tweetal methoden om een van de elastische constanten van een materiaal te bepalen. Het is een mooie illustratie van de -niet alle even essentiële- moeilijkheden die zich zelfs bij een betrekkelijk overzichtelijk experiment kunnen voordoen bij het meten van de verschillende grootheden, en het berekenen en interpreteren van de uitkomst.

Tenslotte laat de proef met de omkeerslinger zien, hoe g , de sterkte van het zwaarteveld, nauwkeurig kan worden bepaald in termen van de basisgrootheden lengte en tijd. Door de eerder genoemde (en andere) bijzaken is een grote nauwkeurigheid niet zonder meer te bereiken met voor de hand liggende

experimenten als het meten van de valtijd van een kogel of de periode van een slinger. In dit laatste geval blijkt een slimme truc het mogelijk te maken een aantal van de problemen op elegante wijze te elimineren. In 1938 is door Clark met een omkeerslinger in een uiterst verfijnde opstelling de waarde van g in Teddington (National Physical Laboratory, kamer 11) met een nauwkeurigheid van ca. 1 op 10^6 bepaald. (Een copie van Clark's verslag is in de bibliotheek aanwezig).

Indeling van het praktikum

Het praktikum duurt 8 weken, waarvan één week vrij is. De proeven rouleren als volgt onder de 6 maal 2 deelnemers in een groep:

WEEK KOPPEL	1	2	3	4	5	6	7	8
1	MILL	MILL	—	OMK.SL.	GYR.	GL.MOD.	HARM.OSC.	HARM.OSC.
2	MILL	MILL	GL.MOD.	—	OMK.SL.	GYR.	HARM.OSC.	HARM.OSC.
3	GL.MOD.	—	MILL.	MILL.	HARM.OSC.	HARM.OSC.	GYR.	OMK.SL.
4	GL.MOD.	OMK.SL.	MILL.	MILL.	HARM.OSC.	HARM.OSC.	—	GYR.
5	OMK.SL.	GL.MOD.	GYR.	—	HARM.OSC.	HARM.OSC.	MILL	MILL
6	OMK.SL.	GL.MOD.	—	GYR.	MILL.	MILL	HARM.OSC.	HARM.OSC.

Voorbereiding en verslag

Bij Mechanica wordt, evenals bij de laatste twee middagen Optica, iets meer gevraagd van het eigen initiatief van de praktikanten, dan bij de voorgaande praktika het geval was. Dit geldt ook m.b.t. de voorbereiding en het gebruik van de bibliotheek. De voorbereidingsmiddagen blijven gehandhaafd, en zijn vooral bedoeld voor het individueel (of per koppel) bespreken van problemen met de assistenten.

Van elke proef wordt een meetrapport en een daarop gebaseerd verslag gemaakt; beide dienen binnen twee weken te worden ingeleverd en besproken.

ELEKTRONISCHE TELLERS.

Elektronische tellers zijn bedoeld om elektrische impulsen te tellen, net als de eerder op het praktikum gebruikte elektromechanische tellers. Ze zijn echter aanmerkelijk sneller: terwijl een e.m. teller hoogstens 100 pulsen/sec kan verwerken, kunnen de door ons gebruikte elektronische tellers (Venner TSA 6635) 10^6 pulsen/sec nog volgen.

Naast aantallen kunnen met deze apparaten ook tijdintervallen en frequenties gemeten worden. Dit is mogelijk doordat er naast de eigenlijke teller ook nog een *poortschakeling* (P) en een *impulsgenerator* (I) in zijn opgenomen.

P is een elektronische schakelaar, die door een elektrisch signaal vrijwel traagheidsloos open en dicht gezet kan worden.

I levert met grote nauwkeurigheid ($5 \text{ op } 10^6$) 10^n pulsen/sec; n kan met een schakelaar worden ingesteld op $-1, 0, 1, \dots, 5$.

Op het apparaat zit een functieschakelaar met de volgende standen:

COUNT. Het aantal malen dat door een extern signaal (bijv. pulsen of sinussen), binnenkomend via aansluiting A, een instelbaar triggerniveau wordt overschreden, wordt door de teller geregistreerd zolang de poort door een ander extern signaal (aansluitingen B en C) wordt opengehouden.

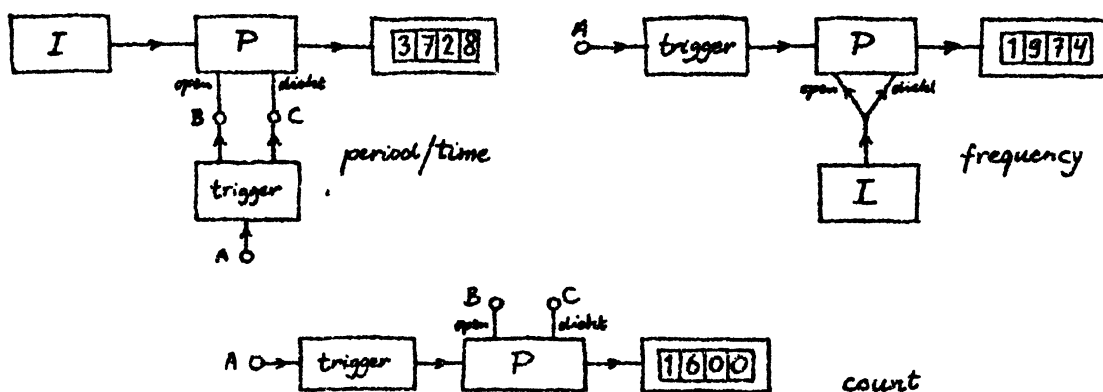
FREQUENCY. Als Count; de poort wordt nu echter open en dicht gezet door twee opeenvolgende impulsen van I.

PERIOD. P wordt nu open en dicht gezet door twee opeenvolgende overschrijdingen van het ingangs-triggerniveau (aansl. A) door een bijv. sinusvormig signaal. Zolang P openstaat registreert de teller pulsen van I.

TIME. Als Period; P kan nu echter ook worden geopend en gesloten door een puls op aansluiting B resp. C.

In alle gevallen wordt het telresultaat gedurende een instelbare tijd (knop "display time") vastgehouden, en dan teruggezet op 0. Dit laatste kan ook met de hand gebeuren (knop "reset").

Gedurende de display time wordt de poort automatisch gesloten gehouden; externe signalen hebben er dan geen invloed op.



Doel van het experiment: het meten van g (de sterkte van het zwaarteveld). Hierbij gaat het er vooral om het experiment zo in te richten, dat op efficiënte wijze de van te voren vastgestelde nauwkeurigheid van ca. 1 op 1000 bereikt wordt.

Theorie

Het principe van de omkeer-, reversie- of Katerslinger wordt uitvoerig beschreven in [1]. Enkele aantekeningen daarbij:

blz. 183. De afleiding van formule (71) is te vinden in [2] par. 72; de afhankelijkheid van T van de amplitude wordt in [2] en [3] behandeld.

blz. 185. De afleiding van T doet in dit verband niet ter zake.

blz. 186. k_g is de *gyratiestraal* van de slinger: zie [2] par. 68, [3] par. 6.3.

Bij het omwerken van formule (71) is gebruik gemaakt van de verschuivingsstelling van Steiner: zie [2] par. 68 of [3] par. 6.3.

blz. 190. Formule (76) kan worden herschreven als

$$T = \frac{2\pi}{g} = \frac{T_1^2 + T_2^2}{h_1 + h_2} + \frac{T_1^2 - T_2^2}{h_1 - h_2}$$

g is hier ingevoerd als afkorting. De tweede term rechts van = corrigeert voor het ongelijk zijn van T_1 en T_2 . Omdat de noemer $h_1 - h_2$ niet nauwkeurig te meten is, trachten we deze term klein te maken ten opzichte van de eerste.

blz. 191. In onze opstelling is geen aandacht geschonken aan de geometrische symmetrie van de slinger: de gewichten L_1 en S_2 zijn weggelaten.

Experiment

1. Meetapparatuur.

Naast de omkeerslinger is een naderingsdetector geplaatst. Deze produceert een elektrische impuls, telkens als het metaal van de slinger er in de buurt komt. Deze impulsen worden toegevoerd aan een elektronische teller, die als tijdsintervalmeter geschakeld is*. Ga na met welke nauwkeurigheid op deze manier de slingertijd bepaald kan worden. (De klokpulsgenerator van de elektronische teller heeft een nauwkeurigheid van 5 op 10^6).

Zorg dat bij het aanzetten van de slinger geen trilling loodrecht op het slingervlak ontstaat.

De afstand $h_1 + h_2$ tussen de meskanten (de slingerassen) wordt gemeten met een comparateur; h_1 en h_2 afzonderlijk worden gevonden door de slinger te balanceren op een wigvormig stuk plastic.

Schat de nauwkeurigheid waarmee de verschillende afstanden gemeten worden.

* Met behulp van een schakelaartje kunnen desgewenst de impulsen gedurende een aantal perioden van de slinger onderdrukt worden.

2. Een omkeerslinger is niet *isochroon*: d.w.z. de slingertijd is afhankelijk van de amplitude. De amplitude moet daarom klein gekozen worden, en zo nodig moet de waargenomen slingertijd gecorrigeerd worden. In eerste benadering (dus voor kleine amplitude) geldt

$$T_{\text{gecorrigeerd}} = T_{\text{waargenomen}} \cdot (1 - \alpha_1 \alpha_2 / 16)$$

α_1 en α_2 zijn de amplitudes (in radialen) aan het begin en aan het eind van de meting.

3. Maak ruwe schattingen van de in de formule voorkomende grootheden T_1 en T_2 , h_1+h_2 en h_1-h_2 . Deze zijn nodig om de volgende vragen te kunnen beantwoorden: a) Noem $|T_1 - T_2| \equiv \tau$. Hoe groot mag τ hoogstens zijn, opdat de correctieterm in zijn geheel (d.w.z. inclusief de mogelijke fout erin) verwaarloosd kan worden?

b) Als dit niet haalbaar is, hoe groot mag τ dan hoogstens zijn, opdat de mogelijke fout in de correctieterm klein genoeg is?

4. Probeer in zo weinig mogelijk stappen T_1 en T_2 binnen de onder 3 gevonden marge gelijk te maken.

Aanwijzing: zet op een blad grafiekenpapier T_1 en T_2 uit tegen de positie van het verschuifbare gewicht.

5. Bereken uit uw waarnemingen g , en ga na of de uiteindelijk bereikte nauwkeurigheid aan de gestelde eis beantwoordt. Vergelijk uw resultaat met de theoretische waarde, die berekend kan worden uit

$$g = 9,7805 + 0,0517 \sin^2 \phi - 3,1 \cdot 10^{-6} h + 5 \cdot 10^{-4} \text{ N/kg.}$$

ϕ is de geografische breedte, h de hoogte boven zeeniveau in meters.

Voor Amsterdam is $\phi = 52^\circ 23'$, dus $\sin \phi = 0,79211$.

Noem bronnen van systematische fouten waarmee in het bovenstaande geen rekening is gehouden. In welke richting beïnvloeden die het resultaat? Zie [1].

Aanwijzingen

Wees heel voorzichtig met de glasplaatjes en de stalen messen. De laatste kunnen door stoten onherstelbaar beschadigd worden. De aluminium staaf, die het lichaam van de slinger vormt, kan gemakkelijk verbuigen; hij is dan niet meer te gebruiken.

Litteratuur

[1] Feather: The physics of mass, length and time (Me-Fea-2) par. 9.8 en 9.9

[2] Borghouts: Inleiding in de mechanica (Me-Bor-1) par. 54, 68 en 72

[3] Alonso-Finn: Fundam. Natuurk. I, Mechanica (Me-Alo-2) par. 8.5 en 8.6

GYROSCOPISCHE BEWEGING.

We bestuderen het gedrag van een snel roterende symmetrische tol waarop al dan niet uitwendige momenten worden uitgeoefend. Een grotendeels kwalitatieve beschrijving van de gyroscopische beweging staat in Borghouts, Inleiding in de Mechanica. We gebruiken hier steeds de notatie van dit boek (let op: Borghouts gebruikt in par.99 het symbool θ voor de draaiimpulsvector, in par.100 het symbool b . Wij gebruiken steeds het laatste).

De tol is een gemagnetiseerde ijzeren bol met twee messing pennen, die vrijwel wrijvingsloos loopt op een luchtkussen (hoe dunner het kussen, des te beter loopt de tol), en op een constante draaisnelheid wordt gehouden door een magnetisch wisselveld, volgens het principe van de synchroommotor.

Dit veld wordt onderhouden door een sinusgenerator en een vermogensversterker. De tol wordt op snelheid gebracht door er perslucht tegen te blazen.

De bewegingen van de tol kunnen worden bekeken in het licht van een stroboscoop; deze kandesgewenst door de sinusgenerator getriggerd worden. Als de tol bijna op de juiste frequentie is, zal door de energieoverdracht van tol naar veld en omgekeerd de stroomsterkte variëren met de verschilffrequentie. Dit is waar te nemen met een in het circuit opgenomen amperemeter.

Een van de hoofdtraagheidsassen van de tol valt samen met de figuuras; het traagheidsmoment om die as is I_0 . De beide andere hoofdtraagheidsassen kunnen willekeurig (maar loodrecht op elkaar) gekozen worden in het vlak door het zwaartepunt, loodrecht op de figuuras. De traagheidsmomenten om deze assen zijn beide I' . Vraag: is in ons geval I_0 groter of kleiner dan I' ? Hoe moeten in dit laatste geval de figuren 173 en 174 (Borghouts) gewijzigd worden?

Door het aanbrengen van gelijke gewichten op beide pennen wordt voornamelijk (waarom?) I' beïnvloed.

1. De momentenvrije tol.

Een lichaam van willekeurige vorm heeft i.h.a. drie verschillende traagheidsmomenten t.o.v. zijn hoofdtraagheidsassen. Het blijkt dat zo'n lichaam, als er geen uitwendige momenten op werken, slechts om de assen met het grootste en het kleinste traagheidsmoment een stabiele rotatie kan uitvoeren. Stabiele rotatie om de "middelste" hoofdtraagheidsas is niet mogelijk (probeer dit door een vol lucifersdoosje op te gooien). Stabiel wil in dit verband zeggen, dat kleine verstoringen slechts relatief kleine veranderingen van de oorspronkelijke beweging, nl. het optreden van nutaties teweegbrengen.

Om het verschijnsel nutatie nauwkeuriger te bestuderen nemen we de tol en laten deze draaien om de figuuras (gebruik het messing lagerbusje bij het aanzetten). Met kleine luchtstootjes op de pennen kunnen we nu de tol tot nuteren brengen. De theoretische analyse van de nutatiebeweging laten we achterwege. Het resultaat is het volgende verband tussen de rotatiefrequentie ω_0 om de figuuras en de nutatiefrequentie ω_N - d.i. de hoeksnelheid waarmee de figuuras de nutatiekegel doorloopt:

$$\omega_N = (I_0 / I') \cdot \omega_0$$

ω_N is dus evenredig met ω_0 , en onafhankelijk van de tophoek van de nutatiekegel. Controleer dit verband voor verschillende waarden van ω_0 en I' .

Opmerking: Door de "synchroonmotorwerking" wordt de rotatiefrequentie ω_0 om de ruimte vaste draaiimpulsvector b gestabiliseerd. Bij niet te grote tophoek van de nutatiekegel kan men in eerste benadering ω_0 en ω_0 gelijk veronderstellen. Is het te verifiëren dat het bij grotere draaisnelheid van de tol moeilijker is om hem tot nuteren te brengen?

2. Beweging van de tol onder invloed van een uitwendig moment.

Door aan een van de pennen een (extra) gewichtje te bevestigen, kunnen we op de tol een koppel M uitoefenen loodrecht op de horizontale draaias. De tol gaat dan precederen. Verifieer de formule voor de precessiefrequentie ω_p voor een aantal combinaties uitwendig koppel / draaisnelheid. Is het mogelijk op de precessiebeweging een (zichtbare) nutatiebeweging te superponeren?

Door het aanbrengen van het koppel zal de aanvankelijk horizontale tolas over een kleine hoek kantelen, zodat hij bij het precederen een kegelmantel beschrijft (zie Feynman, blz. 20-7). Deze hoek is van de orde $I'M/b^2$. Verifieer dit zo mogelijk in een enkel geval.

Aanwijzingen en opmerkingen.

1. Nutatie wordt in de literatuur ook wel "reguliere precessie" genoemd. Om het nog moeilijker te maken, wordt deze laatste term ook wel in een andere betekenis gebruikt.
2. Impulsiemoment = draaiimpuls = angular momentum.
3. De tol draait goed bij frequenties tussen 20 en 60 /sec. Maximale stroom door de veldspoelen 60 mA. Denk erom dat de sneldraaiende tol bij onvoorzichtige aanraking in een gevaarlijk projectiel kan veranderen! Stop de tol door de hand erover te houden (niet drukken, niet de luchtstroom uitschakelen).
4. Zie voor de berekening van traagheidsmomenten deze handleiding, proef M-4.

Litteratuur.

Borghouts: Inleiding in de Mechanica, par 97 t/m 101.

Feynman: Lectures on Physics I, par 20-3.

Sommerfeld: Lectures on Theoretical Physics I: Mechanics, par 25 t/m 27.

Magnus: Der Kreisel.

BEPALING VAN e VOLGENS MILLIKAN.

Doel: Het bepalen van de elementaire lading e volgens de methode van Millikan.

Theorie

Zie [1] par. 3.7 en 3.8. De formules blijven geldig bij het gebruik van SI-eenheden; de numerieke waarden op blz. 101 worden

$$b = 6,17 \cdot 10^{-6} \quad (a \text{ in m, } p \text{ in cmHg})$$

$$n = 1,8325(10) \cdot 10^{-5} \text{ Ms/m}^2 \text{ omstreeks kamertemperatuur (23 } ^\circ\text{C).}$$

De tegenwoordig geaccepteerde waarde van e is $1,60210(7) \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

De lading van een oliedruppeltje wordt berekend volgens formule 3-21, gecorrigeerd volgens 3-24; de straal a van het druppeltje volgt uit 3-6.

De methode, waarbij van eenzelfde druppeltje de snelheidsveranderingen z.g.v. veranderingen van de lading worden gemeten wordt door ons niet toegepast.

En iets minder duidelijk verhaal staat in [2]. Let op, dat hier naast elektrostatische eenheden (e.s.u.) ook de volt gebruikt wordt.

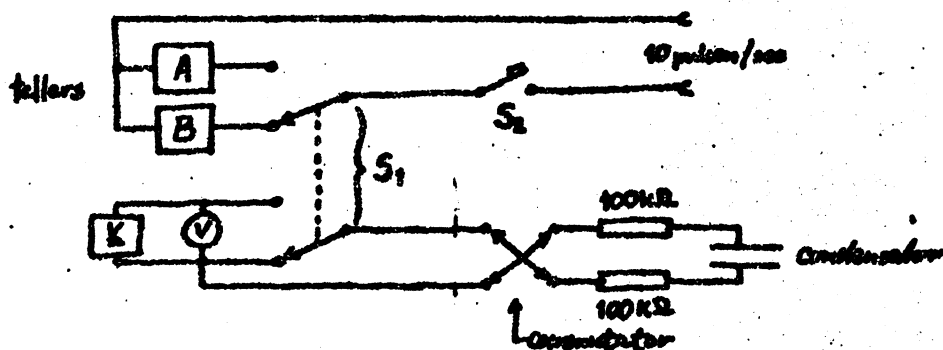
Apparatuur

Van de horizontale condensatorplaten, gemonteerd in een doos, is de bovenste afneembaar. De afstand d tussen de platen wordt bepaald door een afstandstukje met twee glazen venstertjes. Dit onderdeel is uitneembaar, zodat d met een micrometer gemeten kan worden.

De ruimte tussen de platen wordt verlicht door een lampje met een lens en een warmtefilter. Deze combinatie dient zo ingesteld te zijn, dat de gloeidraad verticaal wordt afgebeeld in het centrum van de condensator. Controleer dit door op die plaats een haaks ongevouwen stukje dun papier te zetten.

De oliedruppeltjes, die door een verstuiver via een gaatje in de bovenste plaat in de condensator gebracht worden, nemen we waar met een microscoop. Ook deze moet op het midden van de condensator worden ingesteld (bijv. op de achterkant van het eerder genoemde stukje papier). In het oculair zijn twee haarlijnen aangebracht die nauwkeurig een verticale afstand l in het voorwerpsvlak definiëren. Deze afstand wordt gemeten met een comparateur, die daartoe van een hulpstuk voorzien is.

De elektrische schakeling ziet er in principe zo uit (S_1 is een tuimelschakelaar, twee maal om; S_2 is een drukknopschakelaar die in rust open staat):



Met twee tiende-secondentellers A en B meten we de tijd die een druppeltje nodig heeft om met *constante* snelheid v_g resp. v_E de verticale afstand l in neer- resp. opwaartse richting af te leggen (denk er aan, dat in het beeldveld van de microscoop onder en boven verwisseld zijn). Ga aan de hand van het schema na, hoe daartoe met de schakelaars S_1 en S_2 gemanipuleerd moet worden. Probeer elk druppeltje zo lang mogelijk te volgen, tenzij onderweg de lading veranderd blijkt te zijn. Het is belangrijk dat de condensatorplaten nauwkeurig horizontaal (waterpas) gesteld worden!

Het verwerken van de waarnemingen

Na het doen van N (minstens vijf) reeksen waarnemingen, kunnen we met behulp van de in de theorie gegeven formules voor elk daarvan de lading q_i ($i=1, \dots, N$) van het betreffende oliedruppeltje uitrekenen, evenals de geschatte (middelhare) fout δ_i in die uitkomst. (q wordt in [1] e_n genoemd.)

Uitgaande van de hypothese dat $q_i = n_i \cdot e \pm \delta_i$, n_i geheel, trachten we nu de "beste" grootste gemene deler van de q 's te vinden (bedenk zelf een methode).

Voor elke q vinden we zo een waarde van n . Nu kunnen de schattingen van e met hun middelbare fouten uitgerekend worden: $e_1, \dots, e_i, \dots, e_N$ resp.

S_1, \dots, S_N . Om deze uitkomsten te combineren kennen we aan elke e_i een *gewicht* toe, omgekeerd evenredig met het kwadraat van de middelbare fout S_i . Zie [3] en [4].

Gegevens, aanwijzingen en vragen

1. Succes kan alleen verwacht worden als U druppeltjes bekijkt met *kleine* q .
2. Waarom wordt niet direct na het in- of uitschakelen van de condensatorspanning een constante snelheid door het druppeltje aangenomen? Bereken voor één geval de tijd die daarvoor nodig is. Bereken voor hetzelfde druppeltje ook de correctiefactor voor het niet opgaan van de wet van Stokes (zie [1], formule 3-24).
3. ρ (dichtheid van de olie): zie blz. M3-3.
 p (luchtdruk) kunt U aflezen op de aanwezige kwikbarometer.
4. Er is een computerprogramma voor het berekenen van q . Zie blz. M3-3.
5. Gebruik steeds SI-eenheden.
6. Het teken van de condensatorspanning kan d.m.v. een 'commutator' omgekeerd worden. Deze is niet bedoeld om de druppeltjes op en neer te laten bewegen!
7. Bekijk de Brownse beweging van een licht druppeltje door het in het beeldveld te balanceren mbv een geschikt gekozen condensatorspanning. Klopt de orde van grootte van de horizontale component van de na enige tijd opgetreden verplaatsing met de verwachting? (Zie blz. M3-3).

Programma MILL

MILL is een computerprogramma, waarmee de lading q van een oliedruppeltje berekend kan worden, alsmede de voor de foutenberekening benodigde partiële afgeleiden van q naar de verschillende te meten grootheden.

Het programma berekent ook het gemiddeld kwadraat van de afstand die het druppeltje per seconde in een of andere vaste richting aflegt t.g.v. de Brownse random walk beweging. Zie [1] par. 3.11.

Het programma vraagt opgave van de experiment-constanten ("parameters"):

D : afstand condensatorplaten
 L : afstand haarlijnen (in het voorverpvlak)
 V : potentiaalverschil condensatorplaten
 P : luchtdruk in N/m^2
 TEMP: temperatuur in K

Al deze constanten moeten dus in SI-eenheden worden opgegeven.

Voor b (correctieconst. wet van Stokes), η (viscositeit lucht bij $23^\circ C$), ρ (dichtheid lucht bij $23^\circ C$) en g (sterkte zwaarteveld) zijn in het programma de vaste waarden $6,17 \cdot 10^{-6}$; $1,83 \cdot 10^{-5}$; 1,00 en 9,813 ingebouwd.

Deze waarden hebben een relatief grote nauwkeurigheid. Verder is ingebouwd de voor temperatuur gecorrigeerde dichtheid van de gebruikte vacuümolie ($870,50 \text{ kg/m}^3$ bij 300 K). De onnauwkeurigheid in deze dichtheid ρ is $\pm 0,05 \text{ kg/m}^3$.

Tenslotte vraagt het programma om opgave van T_0 en T_N , de tijden (gemiddeld over een serie waarnemingen) waarin het druppeltje in werkelijk op- resp. neerwaartse richting de afstand tussen de haarlijnen aflegt.

De afgeleide naar bijv. D wordt door de computer berekend door Q uit te rekenen voor $D + 1\%$ en $D - 1\%$. Dan is $\partial Q / \partial D = (Q_+ - Q_-) / (0,02 \cdot D)$.

Wijze van aanroepen:

LOGIN, username, projectnumber, SUP)

COMMAND- ATTACH, MILL, ID=NATPR)

COMMAND- MILL)

Litteratuur

- [1] Harnwell: Exp. Atomic Physics, At-Har-1
- [2] Hoag: Electron and Nuclear Physics, K-Hoa-1, blz. 1 t/m 6
- [3] Squires: Fysisch Experimenteren, Exp-Squ-1 of Exp-Squ-2, par. 4-3
- [4] Lyon: Dealing with Data, Exp-Lyo-1, par. 32.1

GLIJDINGSMODULUS

Doel: de glijdingsmodulus van ijzer wordt op twee manieren gemeten, met een nauwkeurigheid van ca 1%. De resultaten worden vergeleken.

Statische methode.

Door twee pendels, waarop gewichtjes geplaatst kunnen worden, wordt via een paar katrolletjes een koppel M uitgeoefend op het vrije uiteinde van een 1 meter lange ijzerdraad, dat daardoor over een hoek α tordeert.

Uit het *lineair* veronderstelde verband tussen α en M en de afmetingen van de draad kan de glijdingsmodulus G van ijzer bepaald worden [1].

Aanwijzingen:

1. Weeg de pendels en de gewichtjes op de Mettler-balans (*N.B.: Lees eerst de gebruiksaanwijzing*). Ga na of het mogelijk is bij de berekening van M uit te gaan van de *gemiddelde* massa van deze gewichtjes (eventueel na het verwijderen van uitschieters). Dat is vooral van gemak bij het toepassen van de kleinste-kwadratenmethode (zie 3).
2. Meet α met een klimmende en dalende reeks waarden van M , om de mate van reproduceerbaarheid te leren kennen. Deze kan ongunstig worden beïnvloed door wrijving in de katrolletjes; dit is grotendeels te verhelpen door af en toe tegen het apparaat te tikken.
3. Zet in een grafiek α uit als functie van M . Trek de op het gezicht best passende rechte door de meetpunten en meet de helling. *Bereken* daarna de parameters van de volgens het kleinste-kwadratenkriterium best passende rechte; teken die ook in de grafiek. Uit de helling daarvan en de afmetingen van de draad wordt G berekend. Vergeet niet de bereikte nauwkeurigheid te schatten.

Zie de handleiding, blz. W-1 en 2; de kleinste kwadratenmethode wordt o.m. in [2], [3] en [4] beschreven.

Dynamische methode.

De glijdingsmodulus wordt nu bepaald uit metingen van de trillingstijd T van de torsieslinger, gevormd door de ijzerdraad en de eraan bevestigde schijf [1]. Is deze slinger isochroon? (Zie M 2).

Aanwijzingen:

4. We moeten het traagheidsmoment I van de schijf weten. Het is niet praktisch dit uit de geometrie en massa van de schijf te berekenen. Daarom wordt een kunstgreep toegepast: aan I wordt een bekend traagheidsmoment I' toegevoegd. Door de nieuwe trillingstijd T' te vergelijken met T kan I bepaald worden. Neem voor I' de ring en/of staafvormige gewichten: de traagheidsmomenten daarvan zijn gemakkelijk te berekenen; zie eventueel [5]. Pas zo nodig de verschuivingsstelling van Steiner toe om I' te berekenen.

5. Vergelijk de uitkomsten van beide meetmethoden. Geven deze aanleiding om te veronderstellen dat er een systematisch verschil bestaat?
(Bedenk dat voor beide methoden dezelfde opstelling is gebruikt!)
Zie [1] par. 142 en [6] par. 71.
Waarden van G voor verschillende ijzersoorten kunt U vinden in [7]
(ogs eenheden!).

Litteratuur.

- [1] Borghouts, Inleiding in de mechanica, par. 68,71,132 t/m 142.
[2] Cook & Rabinowicz, Physical Measurement and Analysis, par. 2-15.
[3] Squires, Fysisch experimenteren. (Zie blz. 142 ivm bepaling draaddiameter).
[4] Lyon, Dealing with Data.
[5] Lindsay, Physical Mechanics, blz. 206.
[6] Pohl, Mechanik, Akustik und Wärmelehre, par. 71.
[7] American Institute of Physics Handbook.

HARMONISCHE OSCILLATOR.

Doel van het experiment.

De eigenschappen van een model, dat in de natuurkunde een zeer belangrijke rol speelt, de (klassieke) harmonische oscillator, worden bestudeerd d.m.v. een realisatie van dit model met behulp van een analoge computer.

Theorie.

De theorie van de h.o. wordt in veel boeken uitvoerig behandeld. Een elementaire inleiding staat in Alonso-Finn I, hoofdstuk 8 (i.h.b. 8.12 en 8.13); wij gebruiken de notatie van dit boek. Een uitvoeriger behandeling, waarin ook een aantal toepassingen wordt gegeven, staat in Feynman I, hoofdstukken 21 t/m 25.

Analoge computer.

Het principe van de analoge computer, met als voornaamste bouwsteen de operationele versterker, is heel gemakkelijk te begrijpen. We verwijzen hiervoor naar de praktikumhandleiding, hoofdstuk 8, en het boek Veyrick, Fundamentals of Analog Computers: 2-6 coefficient potentiometers (tot example 2-5)

2-7 summation (met name example 2-7)

2-8 integration

6-3 control systems (opm.: onze apparatuur is niet voorzien van een HOLD mode)

8-3 second order differential equations

8-4 summary of programming procedure.

Bij de analoge computer wordt de +ingang van de opamps steeds aan aarde gelegd.

Apparatuur.

Alle experimenten kunnen worden uitgevoerd met de volgende apparatuur:

- 1) een module waarop 3 opamps geplaatst kunnen worden; twee daarvan kunnen als integrator dienen.
- 2) vermenigvuldiger type 426A.
- 3) tijdbasis/computerbesturing.
- 4) voeding ± 15 V.
- 5) XY-penschrijver.
- 6) functiegenerator HP 3310.
- 7) digitale voltmeter.
- 8) digitale teller.

Klein materiaal: "paal"weerstanden 1 M en 100 k; "brug"weerstanden 1 M en 100 k; condensatoren 1 μF (polyester), 0.1 μF en 0.01 μF (polystyreen); coëfficiënten-potentiometers; opamps type 741; enkelvoudige en 5-polige snoertjes.

Beschrijvingen en handleidingen van 1 t/m 3 zijn in de praktikumzaal aanwezig. Vergeet niet deze vóór het gebruik van de apparaten te raadplegen!

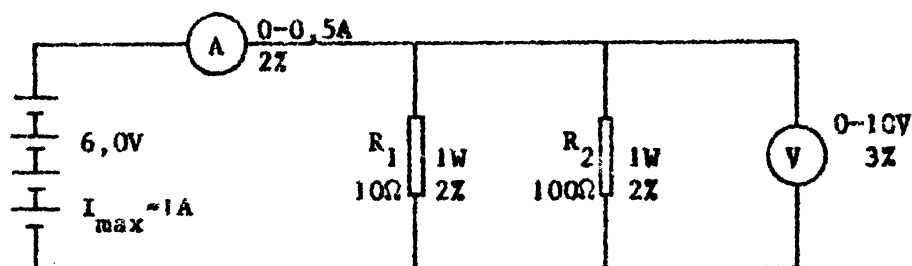
Experimenten met de harmonische oscillator.

1. Bouw een h.o. met $\omega_0 = 1$ en instelbare demping (er is dan maar één coëff.pota. nodig). Plot de vrije trilling van het systeem voor diverse waarden van de demping, van 0 tot iets meer dan kritisch, telkens met dezelfde beginvoorwaarden (bij kritische demping is $\gamma = \omega_0$). Vergeet niet de nullijn te tekenen en de tijdschaal te calibreren. Kijk of de trillingsfrequentie klopt met de theorie. Is de relaxatietijd (waarin de amplitude tot 1/e van zijn oorspronkelijke waarde afneemt) in overeenstemming met de ingestelde dempingscoëfficiënt? Is de oscillator isochroon?
2. Kies nu $\omega_0 = 10$ (door in de vorige schakeling de condensatoren door kleinere te vervangen). Bekijk de inslingerverschijnselen, die zich voordoen als een dwingende (sinusvormige) kracht met een niet te veel van ω_0 verschillende hoekfrequentie wordt aangelegd, eveneens bij verschillende waarden van de dempingscoëfficiënt γ . Verklaar de resultaten.
3. Kies $\omega_0 = 100$. Plot het kwadraat van de amplitude van de afwijking als functie van de frequentie van de dwingende kracht, voor verschillende waarden van γ . Maak daartoe gebruik van de mogelijkheid, de frequentie van de functiegenerator elektrisch te variëren. Zoek geschikte waarden voor de snelheid waarmee de frequentie verandert, en voor de tijdconstante van het laagdoorlatend filter dat achter de kwadrateerder moet worden geplaatst (waarom?). Vergeet niet de assen te tekenen en de frequentie-as te calibreren, dit laatste m.b.v. de STOP voorziening van de tijdbasis en de digitale teller. Is de breedte van de resonantiekrommen in overeenstemming met de ingestelde waarden van γ ?
4. Als 3. Nu bekijken we echter de snelheid i.p.v. de uitwijking. Wat is het verschil tussen snelheids- of energieresonantie en amplituderesonantie?

Natuurkunde A-praktikum

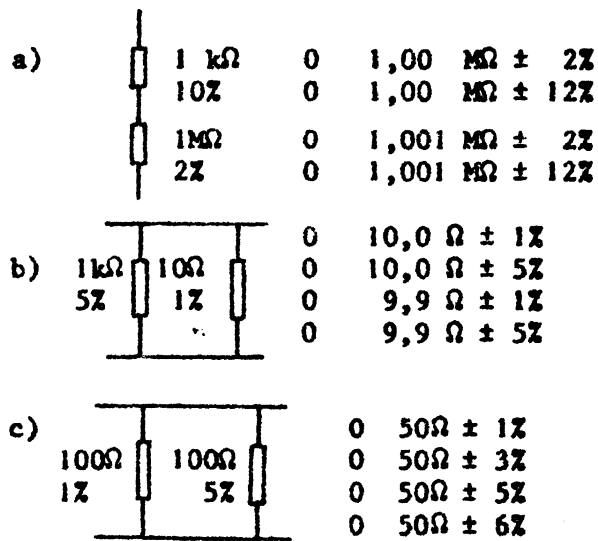
OEFEENOPGAVEN MIDDAG 1

1. In de schakeling volgens onderstaand schema zijn opgenomen:
- een spanningsbron, bestaande uit 4 cellen van 1,5V, $I_{\max} = 1 \text{ A}$.
 - een stroommeter met een bereik van 0 - 0,5 A, nauwkeurigheid: 2%.
 - een spanningsmeter met een bereik van 0 - 10 V, nauwkeurigheid: 3%.
 - een weerstand R_1 van 10Ω , 1 W, nauwkeurigheid: 2%.
 - een weerstand R_2 van 100Ω , 1 W, nauwkeurigheid: 2%.



- Is de keuze van de stroommeter juist? ja/nee
Waarom?
 - Is de keuze van de spanningsmeter juist? ja/nee
Waarom?
 - Is het juist om voor R_1 een 1-Watt type weerstand te kiezen? ja/nee
Waarom?
 - Is het juist om voor R_2 een 1-Watt type weerstand te kiezen? ja/nee
Waarom?
 - Tussen welke grenzen kunt U de uitslag van de spanningsmeter verwachten?
 - Hoeveel cijfers van het resultaat van de spanningsmeting zijn opgrond hiervan significant?
 - Onnauwkeurigheden in de gemeten waarden van stroom en spanning kunnen worden veroorzaakt door:
 - 0 eindige resolutie van de meter
 - 0 ijkingsfouten van de meter
 - 0 beïnvloeding van het verschijnsel door het meetinstrument
 - 0 fouten van de waarnemer
 - 0 interpretatiefouten
2. Bij de bepaling van de grootte van een weerstand worden de volgende metingen gedaan. De voltmeter staat op het 10 Volt-bereik en wijst 6,0 Volt aan; de stroommeter staat op het 100 mA-bereik en wijst 90 mA aan. Beide meters zijn nauwkeurig op 3% van de volle schaal. Bereken de grootte van de weerstand.

3. Wat is de substitutieweerstand van de volgende schakelingen



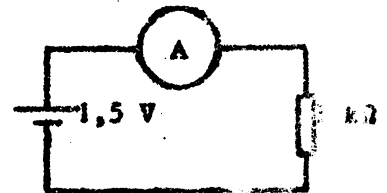
4. Een lampje van 6V en 50 mA moet aangesloten worden op een (ideale) spanningsbron van 15 Volt. Kies de meest geschikte serieweerstand:

- 0 180Ω ; 1/2 Watt
- 0 180Ω ; 1/8 Watt
- 0 120Ω ; 1/2 Watt
- 0 120Ω ; 1/8 Watt

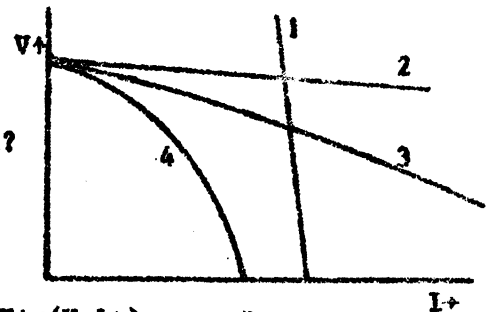
OEFENOPGAVEN MIDDAG 2

- 1) De inwendige weerstand van een ideale spanningsmeter
- is = hoog
 - is 0Ω
 - hangt af van de nauwkeurigheid
 - hangt af van het bereik

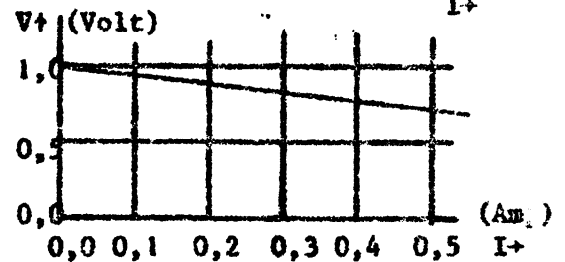
- 2) Om de stroom te meten in de hiernaast weergegeven schakeling heeft men de beschikking over 4 stroommeters, elk met een andere inwendige weerstand. Welke is de meest geschikte?
- $R_m = 10 \Omega$
 - $R_m = 1 \text{ k}\Omega$
 - $R_m = 2 \text{ k}\Omega$
 - $R_m = 100 \text{ k}\Omega$



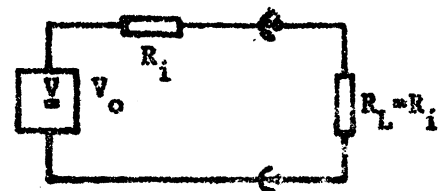
- 3) Hiernaast zijn de karakteristieken van 4 spanningsbronnen weergegeven. Welke benadert de ideale spanningsbron het meest?
- nr 1
 - nr 2
 - nr 3
 - nr 4



- 4) Van een reële spanningsbron is hiernaast de karakteristiek gegeven. Hoe groot is de inwendige weerstand?
- 0Ω
 - $0,5 \Omega$
 - 2Ω
 - 400Ω



- 5) Op een spanningsbron met een inwendige weerstand R_i en een open spanning V_0 wordt een weerstand R_L aangesloten met $R_L = R_i$. De spanning V_{R_L} over deze weerstand is dan gelijk aan:
- V_0
 - $2 V_0$
 - $V_0/2$
 - $-V_0$



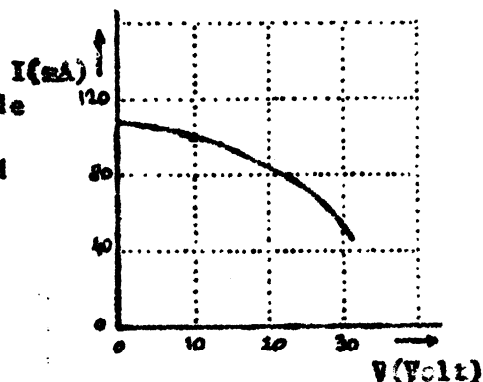
- 6) Bij een thermo-element is het verband tussen temperatuur en spanning in een klein temperatuurgebied bij benadering:
- lineair
 - te verwaarlozen
 - exponentieel
 - logaritmisch

- 7) a. Op een spanningsbron met open spanning V_0 en inwendige weerstand R_i wordt een weerstand R_L aangesloten. Hoe groot moet R_L zijn, opdat een zo groot mogelijk vermogen aan de weerstand R_L wordt afgegeven?
- b. Dan is het vermogen, dat in R_L wordt gedissipeerd even groot als het vermogen dat in de spanningsbron wordt afgegeven. Bewijs dit.
- 8) a. Een draaispoelmeter heeft een inwendige weerstand van $2 \text{ k}\Omega$ en slaat vol uit bij een stroom van $50 \text{ }\mu\text{A}$. Om spanningen tot 10 Volt te kunnen meten moet een weerstand in serie geschakeld worden met de meter. Hoe groot moet deze (voorschakel-)weerstand zijn?
- b. Hoeveel Ω/V zal men op de meter moeten aangeven?
- c. Welke shuntweerstand moet aangebracht worden om met dezelfde draaispoelmeter stromen tot 1 Ampère te meten?
- 9) Een thermokoppel heeft een inwendige weerstand van ca. 5Ω . Om de afgegeven spanning zonder nadere correctie op 1% nauwkeurig te meten moet de meter een inwendige weerstand hebben van
- minstens $0,05 \Omega$
 $2,0 \Omega$
 100Ω
 500Ω
- 10) Een niet-ideale spanningsbron levert een spanning van ca. $1,3 \text{ V}$ en heeft een inwendige weerstand van ca. 50Ω . We willen de spanning meten op $2 \text{ }^\circ/\text{oo}$ nauwkeurig en hebben daarvoor 2 meters ter beschikking met een ijknaauwkeurigheid van $1 \text{ }^\circ/\text{oo}$ (van het $1,5 \text{ V}$ -bereik). Op meter A staat $20 \text{ k}\Omega/\text{V}$; op meter B $100 \text{ k}\Omega/\text{V}$. Met welke meter kan de spanning zonder nadere correctie voldoende nauwkeurig worden gemeten?
- alleen met A
 alleen met B
 met A en B
 met geen van beide

OEFENOPGAVEN MIDDAG 3

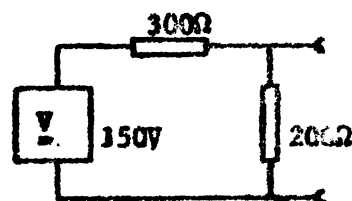
- 1) De inwendige weerstand van een ideale stroombron is
 afhankelijk van de geleverde stroom
 afhankelijk van de geleverde spanning
 0Ω
 $\infty \Omega$

- 2) Van een reële stroombron is hiernaast de karakteristiek afgebeeld. Wat is de grootte-orde van de inwendige weerstand in punt A?



- 10 Ω
 100 Ω
 1 k Ω
 10 k Ω

- 3) De hiernaast afgebeelde tweeklem kan men volgens de stelling van Thévenin vervangen door een
 ideale spanningsbron van 150 V met een serie weerstand van 500 Ω
 id. sp. bron van 150 V met een parallel weerstand van 200 Ω
 id. sp. bron van 90 V met een serie weerstand van 300 Ω
 id. sp. bron van 90 V met een parallel weerstand van 120 Ω
 id. sp. bron van 60 V met een serie weerstand van 120 Ω
 id. sp. bron van 60 V met een parallel weerstand van 200 Ω



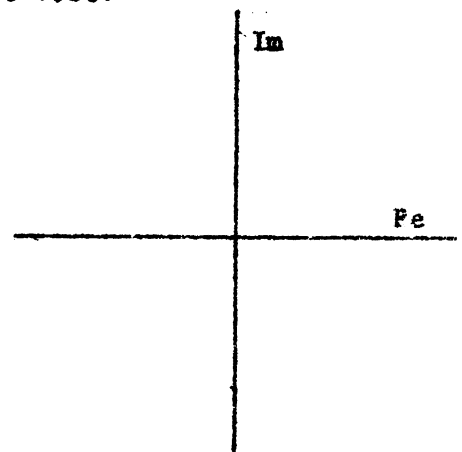
- 4) De hierboven afgebeelde tweeklem kan men volgens de stelling van Norton vervangen door een
 id. stroombron van 0,5 A met een serie weerstand van 300 Ω
 id. " " 0,5 A " " parallel weerstand van 200 Ω
 id. " " 0,5 A " " parallel weerstand van 120 Ω
 id. " " 0,3 A " " serie weerstand van 500 Ω
 id. " " 0,3 A " " serie weerstand van 300 Ω
 id. " " 0,3 A " " parallel weerstand van 120 Ω

- 5) In het diamant-rooster van een Ge- of Si-kristal
 is ieder atoom op gelijke afstand van 4 andere atomen
 is ieder atoom op gelijke afstand van 6 andere atomen
 kunnen de atoomkernen zich vrij bewegen
 hebben de atoomkernen een lading van +6
- 6) Een intrinsieke halfgeleider op 0 K
 gedraagt zich als een isolator
 gedraagt zich als een metaal
 heeft een groot aantal gaten
 heeft een groot aantal gaten en slechts weinig vrije elektronen

- 7) Wanneer over een intrinsieke halfgeleider op kamertemperatuur een spanning wordt aangelegd
- gaan de electronen naar de + pool en de gaten naar de - pool
 - gaan de electronen naar de - pool en de gaten naar de + pool
 - gaan de electronen en de gaten naar de + pool
 - gaan de gaten naar de - pool
- 8) Als de temperatuur van een intrinsieke halfgeleider verhoogd wordt
- neemt de weerstand toe
 - neemt de weerstand af
 - treedt er diffusie op van donoratomen
 - treedt er diffusie op van donoratomen en acceptoratomen
- 9) Een gat is de open plaats die gecreëerd wordt wanneer
- een electron van de geleidingsband naar de valentieband springt
 - een atoomkern zich over 1 roosterafstand verplaatst
 - een electron van de valentieband naar de geleidingsband springt
 - een electron zich gaat bewegen onder invloed van een uitwendige spanning.
- 10) De beweging van een gat wordt veroorzaakt door
- de opvulling van een open plaats door een vrij electron
 - de opvulling van een open plaats door een valentieelectron van een natuuraatoom
 - de beweging van de atomen
 - de verandering van de kernlading van +4 in +3
- 11) Wanneer aan intrinsiek Ge wat arseen (vijfwaardig) wordt toegevoegd
- neemt het aantal vrije electronen toe
 - neemt het aantal gaten toe
 - neemt het aantal vrije electronen en gaten toe
 - neemt het aantal vrije electronen en gaten af
- 12) In P-Ge zijn
- er evenveel gaten als electronen
 - de gaten de meerderheidsladingsdragers
 - de electronen de meerderheidsladingsdragers
 - geen gaten aanwezig
- 13) De stroomgeleiding in P-Ge is
- HOOPDZAKELIJK het gevolg van de beweging van vrije electronen
 - HOOPDZAKELIJK het gevolg van de beweging van gaten
 - UITSLUITEND het gevolg van de meerderheidsladingsdragers
 - UITSLUITEND het gevolg van de minderheidsladingsdragers
- 14) In een diode bestaande uit P-Ge en N-Ge
- zijn de gaten en electronen uniform over N-Ge en P-Ge verdeeld
 - bestaat de grenslaag uit intrinsiek Ge
 - treedt recombinatie van gaten en electronen voornamelijk op in de grenslaag
 - recombineren alle gaten en electronen
- 15) In het grensgebied van P-Ge en N-Ge
- treedt een potentiaalsprong op
 - worden electronen losgemaakt uit de covalente binding
 - treedt diffusie op van donoren naar het P-Ge
 - treedt diffusie op van acceptoren naar het P-Ge

- 16) Het effect van een kleine spanning over een diode (plusklem aan P-Ge, minklem aan N-Ge) is, dat
- meerderheidsladingsdragers zich naar de grenslaag toe bewegen
 - meerderheidsladingsdragers zich van de grenslaag af bewegen
 - de grenslaag zich verplaatst naar de positieve klem van de batterij
 - de grenslaag zich verbreedt
- 17) Wanneer de positieve klem van een batterij is verbonden met het P-Ge en de negatieve met het N-Ge van een diode, worden er gaten getrokken
- in de batterij
 - in de grenslaag
 - op de contactplaats van het P-Ge en de toevoerdraad
 - op de contactplaats van het N-Ge en de toevoerdraad
- 18) Bij aansluiting van een batterij op een P-N overgang in de sperrichting
- wordt de stroom hoofdzakelijk veroorzaakt door de meerderheidsladingsdragers
 - wordt de stroom veroorzaakt door de minderheidsladingsdragers
 - wordt de sperlaag heel erg dun
 - wordt de batterij door de diode kortgesloten
- 19) Bij aansluiting van een batterij op een diode in voorwaartse richting
- is de stroom nagenoeg onafhankelijk van de spanning
 - neemt de stroom exponentieel toe met de spanning
 - neemt de spanning exponentieel toe met de stroom
 - bestaat er een vrijwel lineair verband tussen stroom en spanning
- 20) Een spanningsbron levert een spanning van 12 Volt en heeft een inwendige weerstand van 5Ω . We hebben een spanning van ca 3 Volt en een stroom tussen 1 en 10 mA nodig.
- Welke spanningsdeler is het meest geschikt, als we willen, dat de stand van de spanningsdeler een vrijwel lineair verband heeft met de uitgangsspanning ervan?
- een instelbare spanningsdeler van totaal 1Ω
 - " " " " " 100Ω
 - " " " " " $10 \text{ k}\Omega$
 - " " " " " $1 \text{ M}\Omega$
- 21) Wat is een Zenerdiode? Probeer dit te vinden in de opgegeven literatuur over de halfgeleiderdiode.
- 22) Een wisselspanningsmeter is gekijkt op de effectieve waarde van een sinusvormige wisselspanning. Wat is de aanwijzing, als we er een driehoekige spanning mee meten met een amplitude van 100 Volt?

- 23) Oefeningen met complexe getallen.
- a en b zijn reële getallen.
- a) Schrijf de volgende complexe getallen in de vorm $a+bi$ en teken ze in het complexe vlak.
1. $\sqrt{2} \cdot e^{i\pi/4}$
 2. $2e^{i\pi/3}$
 3. $3e^{i\pi}$
 4. $3e^{i\pi/2}$



b) Bereken van de volgende complexe getallen de absolute waarde $|z|$ en $\text{tg } \phi$.

1. $z = 3 + 4i$

2. $z = 2 + 2i$

3. $z = 2 - 3i$

4. $z = 5 - 12i$

c) Gegeven $z = \frac{1}{a + bi}$.

Schrijf z zo, dat de noemer reëel is (dus in de vorm $\frac{p + qi}{r}$, met p, q en r reëel).

d) Gegeven $z = a + bi$. Bereken $|z|$ en $|\frac{1}{z}|$.

e) Bereken $|\frac{3 + 4i}{5 - 12i}|$.

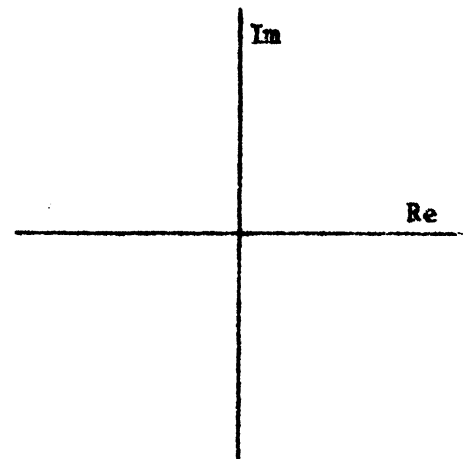
f) Gegeven $z = re^{i\omega t}$ met $r = 0,5$ en $\omega = 3$.

Teken z en $\frac{dz}{dt}$ in het complexe vlak voor

$t = \pi/12$.

Hoe groot is de hoek tussen z en $\frac{dz}{dt}$?

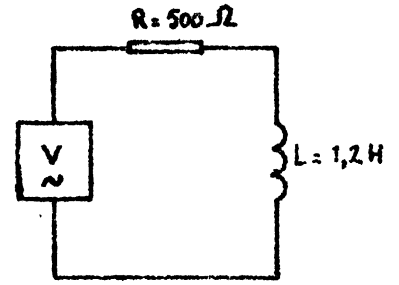
Kun je dat ook (wiskundig) bewijzen?



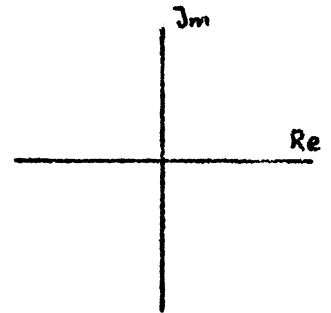
OEVENOPGAVEN MIDDAG 4

1.

Gegeven een ideale wisselspanningsbron, die een spanning $v(t) = \hat{V} \cos \omega t$ levert, waarop een serieschakeling van een weerstand en een (ideale) spoel is aangesloten. $\hat{V} = 13,0 \text{ V}$ en $\omega = 1000 \text{ rad/s}$.
 a) Bereken de impedantie van de serieschakeling Z_s en teken deze in het complexe vlak.



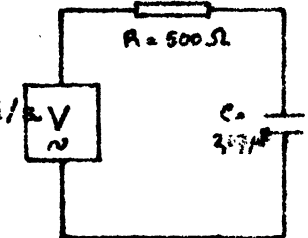
b) Bereken $|Z_s|$ en $\text{tg } \phi$.



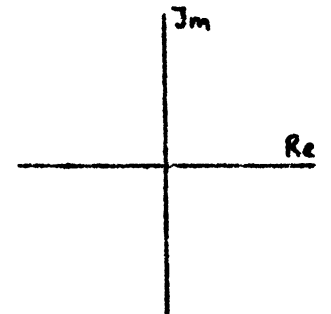
c) Bereken de amplitude van de stroom.

2.

Gegeven een ideale wisselspanningsbron, die een spanning $v(t) = \hat{V} \cos \omega t$ levert, waarop een serieschakeling van een weerstand en een (ideale) condensator is aangesloten. $\hat{V} = 12,5 \text{ V}$ en $\omega = 1000 \text{ rad/s}$.
 a) Bereken de impedantie van de serieschakeling Z_s en teken deze in het complexe vlak.



b) Bereken $|Z_s|$ en $\text{tg } \phi$.

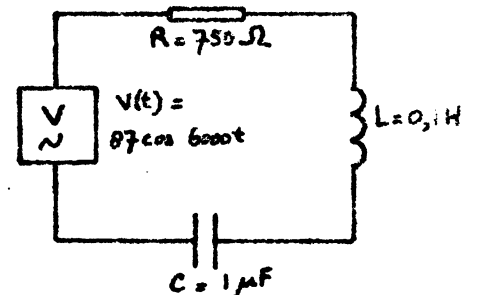


c) Bereken de amplitude van de stroom.

3.

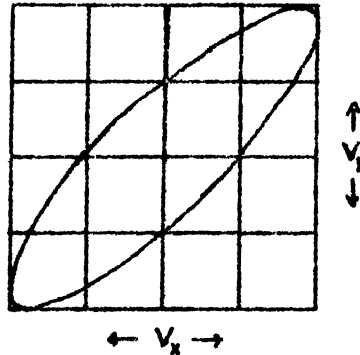
a) Gegeven de volgende schakeling:

De spanningsbron levert een spanning $v(t) = V \cos \omega t$. Dit leidt tot een stroom $i(t) = \hat{I} \cos(\omega t + \phi)$.
 Hoe groot zijn de impedanties Z_L en Z_C ?

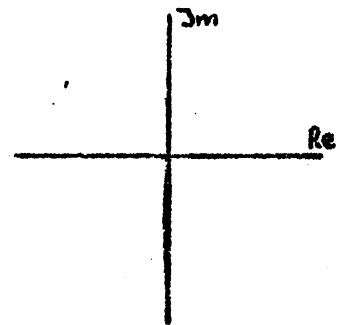


b) Bereken de absolute waarde van de totale impedantie Z van de in serie geschakelde elementen R , L en C en de fasehoek ϕ .

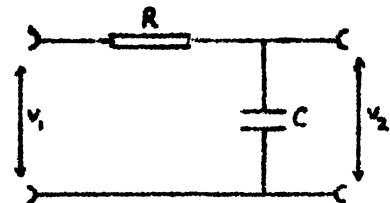
Op de X- en de Y-ingangen van een oscilloscoop worden wisselspanningen V_x en V_y aangebracht van gelijke frequentie, maar met faseverschil ϕ . Op het oscilloscoopscherm zien we het volgende beeld:



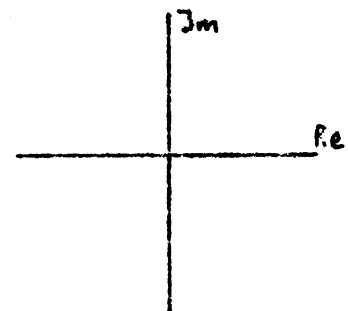
- Bereken de fasehoek ϕ tussen V_x en V_y . Kan uit de figuur bepaald worden of ϕ positief of negatief is?
- We hebben één wisselspanningsbron en willen daaruit V_x en V_y "maken" met een faseverschil van ca. $\pi/4$. We gebruiken daarvoor een weerstand en een condensator. Teken hieronder het vectordiagram van de schakeling. Geef aan wat V_x en V_y zijn.
- Als gegeven is, dat de frequentie van de wisselspanning 1000 Hz is en de uitgangsimpedantie van de spanningsbron 600Ω , kies dan geschikte waarden voor R en C, zódat de belasting minstens 10 x zo groot is als de inwendige weerstand van de spanningsbron.



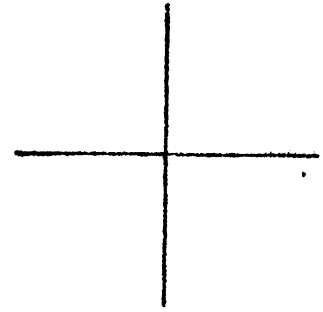
Gegeven een RC-filter, zie fig.
 $R = 10 \text{ k}\Omega$ en $C = 0,1 \mu\text{F}$.
 Hierop wordt een wisselspanning met een frequentie $\nu = 318 \text{ Hz}$ ($= 1000/\pi \text{ Hz}$) aangesloten.



- Teken het vectordiagram. Geef hierin de spanningen v_1 en v_2 aan.
- Bereken $|F(\omega)|$ en de tangens van de fasehoek ϕ tussen ingangs- en uitgangsspanning.
- Is dit filter laag- of hoog-doorlatend?



- c) Zet hiernaast de spanningen V_R , V_L en V_C uit in het complexe vlak. Benoem zelf de assen en teken de resultante. Geef de fasehoek ϕ aan tussen de stroom i in de kring en de aangelegde spanning V .



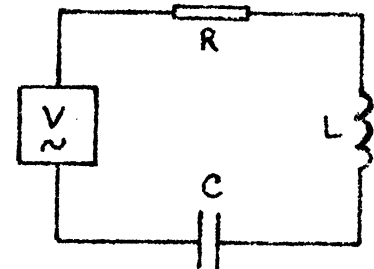
4.

- a) Wat is de formule voor de impedantie Z_s van deze schakeling?

- b) Als $L = 1 \text{ H}$ en $C = 1 \mu\text{F}$, bij welke hoekfrequentie is Z_s dan een reële grootte?

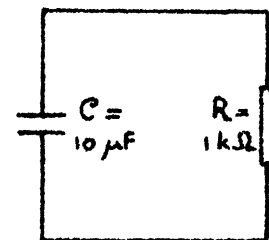
- c) Als $R = 100\Omega$ en de spanning $v = 6,3 \text{ V (eff.)}$, hoe groot is dan de stroom bij deze hoekfrequentie?

- d) Is bij andere frequenties de stroom groter of kleiner?



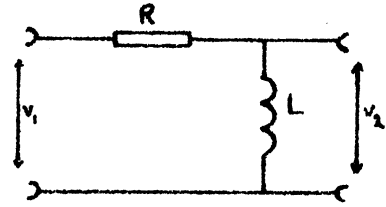
5.

Een condensator van $10 \mu\text{F}$ is geladen tot 50 Volt en ontladtd zich daarna over een weerstand van $1\text{k}\Omega$. Hoe groot is de stroom in het begin?

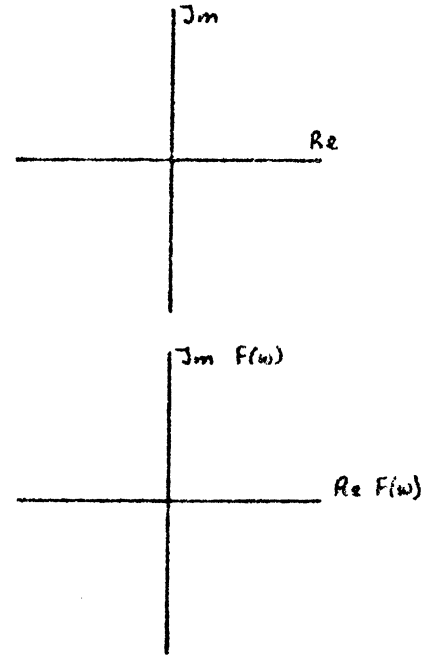


3.

Gegeven een LR-filter, zie fig.
 $R = 3 \text{ k}\Omega$ $L = 0,637 \text{ H}$ ($=2/\pi \text{ H}$)
Hierop wordt een wisselspanning
met een frequentie $\nu = 1000 \text{ Hz}$
aangesloten.



- Teken het vectordiagram. Geef hierin de spanningen v_1 en v_2 aan.
- Bereken $|F(\omega)|$ en $\text{tg } \phi$.
- Is dit filter laag- of hoogdoorlatend?



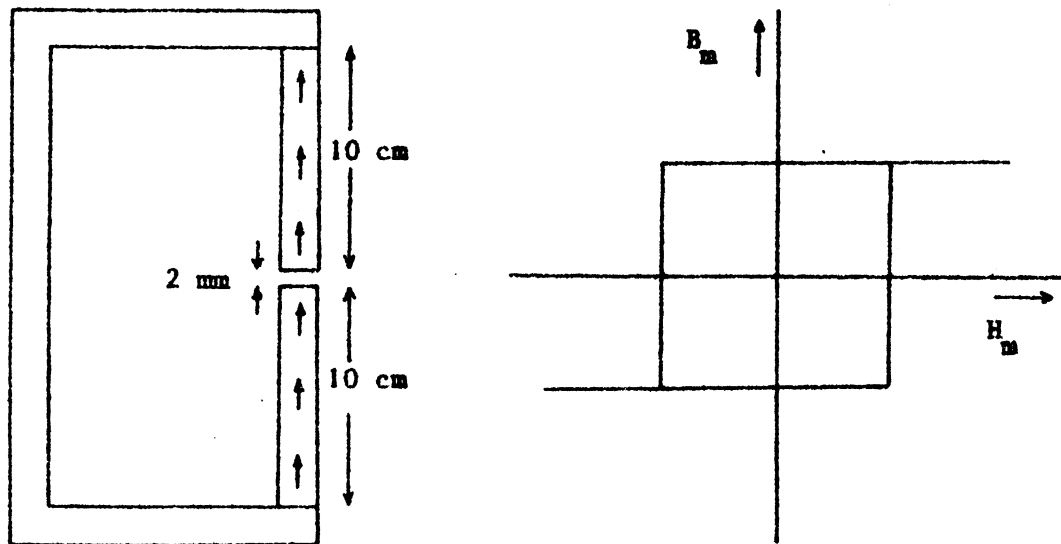
4.

Teken het polaire diagram voor een
hoog- en een laagdoorlatend filter
en geef hierin de filters van op-
gave 2) en 3) aan.

Natuurkunde A-Praktikum

OEFENOPGAVEN MIDDAG 6

1. Ontwerp een laagdoorlatend RC filter, dat een wisselspanning van 50 Hz ongeveer 10x verzwakt. Neem voor de condensator een capaciteit van 1 μF .
2. a) Bij exp. 5.3. Gegeven $L = 0,1 \text{ H}$ en $C = 1 \text{ nF}$. Bereken de waarde die R moet hebben, zodat $Q = 4$.
b) Bereken daarna ω_0 , ω_1 , ω_2 en $\omega_1 - \omega_2$.
c) Bij ω_1 en ω_2 is $\phi = \pm\pi/4$. Als we nu de spanning van de condensator afnemen (schema fig. 5.13), hoe groot is dan ϕ bij deze hoekfrequenties?
3. Op p. E-52 wordt over de grafiek van $|F(\omega)|$ tegen ω , bij het 2e orde laagdoorlatend filter, gezegd dat
 - a) de asymptoten voor $\omega \rightarrow 0$ en $\omega \rightarrow \infty$ elkaar snijden bij $\omega = \omega_0$;
 - b) bij $\omega = \omega_0$: $|F(\omega)| = Q$;
 - c) wanneer $Q = \frac{1}{2}\sqrt{2}$ de functie $|F(\omega)|$ net geen maximum meer heeft. Bewijs deze beweringen uit (5.19).



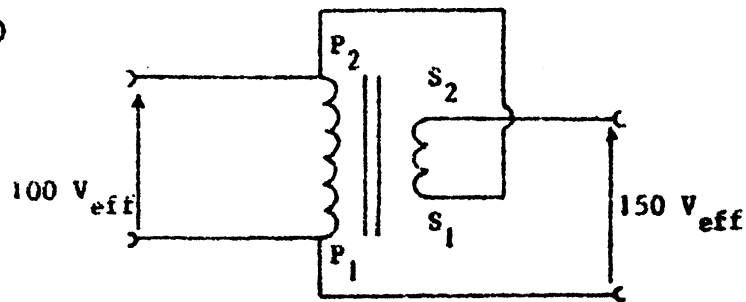
1. Een magneet bestaat uit een rechthoekig juk ideaal ijzer ($\vec{H} = 0$), twee benen van magnetisch hard materiaal en een luchtspleet. Het B-H verband van het harde materiaal wordt gegeven door een zogenaamde vierkante lus, zoals in de figuur staat aangegeven: remanentie 0,3 T, coërcitief kracht $10^3 \frac{A}{m}$.

De afmetingen van de doorsnede van het juk en van de benen zijn 2 bij 2 cm. De lengte van elk van de benen is 10 cm. De spleet is 2 mm wijd.

Nadat het harde materiaal eerst maximaal verzadigd is geweest, wordt gevraagd:

1. Hoe groot is de magnetische inductie \vec{B} in de luchtspleet van de magneet?
 2. Wordt het magnetisch harde materiaal zoals boven beschreven optimaal gebruikt? of m.a.w. is de magnetische energie in de luchtspleet maximaal in de beschreven configuratie?
2. a) Een transformator bestaat uit een ijzerkern met een oppervlakte van de ijzerdoorsnede van $0,0042 \text{ m}^2$. In het ijzer is de magnetische veldsterkte H te verwaarlozen zolang de toegelaten waarde van de magnetische inductie B (1 T) niet wordt overschreden. Om deze kern liggen twee wikkelingen, primair en secundair, met respectievelijk $2n$ en n windingen.
We willen deze transformator gebruiken om een sinusvormige wisselspanning met een frequentie $\nu = 50 \text{ Hz}$ en een effectieve waarde van de spanning $V_{\text{eff}} = 100 \text{ V}$ te transformeren in 50 V.
Hoe moeten we n kiezen opdat de toegelaten waarde van de inductie (1 T) juist niet wordt overschreden?

b)



De transformator wordt nu als autotransformator geschakeld zoals in de figuur aangegeven. De wikkelrichting is zo dat nu tussen P_1 en S_2 de som van de effectieve waarden van de primaire en secundaire spanningen staat. We sluiten de primaire wikkeling weer aan aan een wisselspanningsbron van 100 V effectieve waarde en sluiten tussen P_1 en S_2 een weerstand van 75Ω aan.

Hoe groot is nu de effectieve stroom:

1. in de primaire wikkeling?
2. in de secundaire wikkeling?
3. die afgenomen wordt van de spanningsbron?

De weerstand van het koper mag verwaarloosd worden.